

# Prologue sur l'analyse régionale et non stationnaire des précipitations intenses au Québec

Jonathan Jalbert

Jean-François Angers  
Claude Bélisle  
Anne-Catherine Favre

# Introduction

## But

---

Le but de la thèse consiste à caractériser les précipitations intenses au Québec pour la période [1961, 2100].

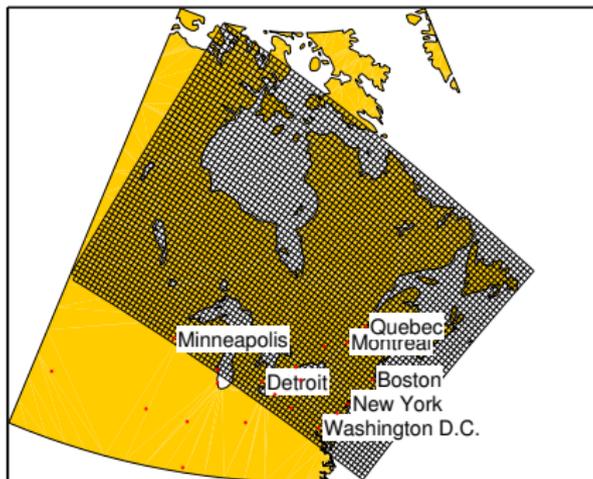
Objectifs spécifiques :

- Analyser les précipitations générées par le Modèle régional canadien du climat (MRCC)
- Développer un modèle de dépassements de seuil régional et non stationnaire

# Introduction

## Modèle régional canadien du climat

Modèle physique à grande résolution (< 45km) générant des réalisations probables du climat futur sur tout l'Amérique du Nord.



Sous-domaine étudié

# Introduction

## Jeu de données

---

Le jeu de données étudié est constitué

- de 6097 tuiles couvrant le Nord-Est de l'Amérique du Nord ;
- d'une série chronologique des précipitations journalières s'échelonnant de 1961 à 2100 (taille 51 100) pour chacune des tuiles.

# Introduction

## Prologue à l'analyse des précipitations intenses

Afin de construire de façon *éclairée* un modèle de dépassements de seuil **régional** et **non stationnaire**

- modéliser la non-stationnarité des précipitations journalières ;
- identifier les régions homogènes à partir des précipitations journalières.

Suppose que les régions homogènes seront similaires pour les précipitations intenses

# Introduction

## Types de précipitations

Au Québec, les précipitations sont principalement générées par deux processus physiques distincts :

- la rencontre de deux fronts d'humidité et de température différentes ;
  - ▶ **précipitations stratiformes**
- la convection d'une seule masse d'air causée par l'énergie incidente du soleil.
  - ▶ **précipitations convectives**

Modélisation statistique des intensités des précipitations des deux régimes effectuée séparément.

# Introduction

## Paradigme bayésien

---

Tous les développements sont effectués sous le **paradigme bayésien**, notamment parce que

- information *a priori* de qualité disponible (autres simulations climatiques) ;
- modèle hiérarchique plus facilement réalisable ;
- intégration complète de l'incertitude.

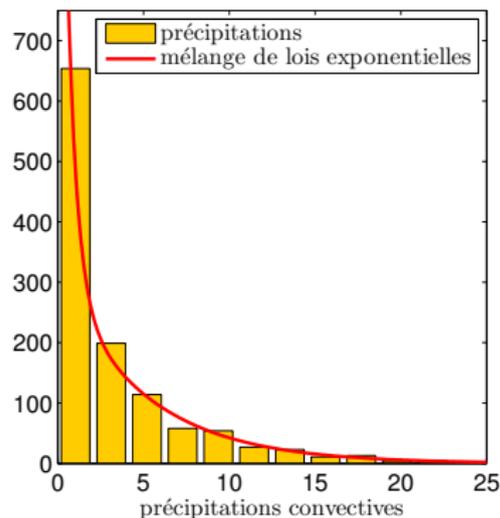
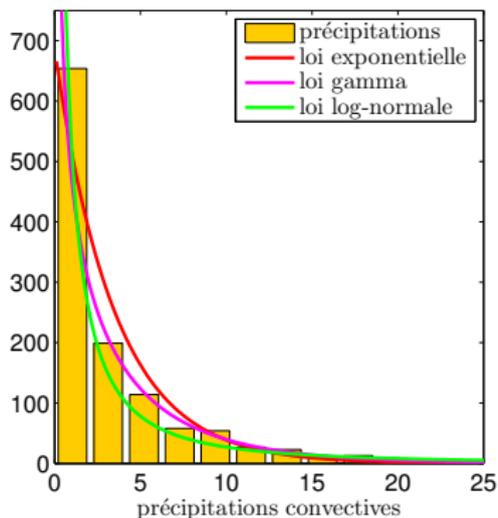
# PRÉCIPITATIONS CONVECTIVES POUR LA PÉRIODE [1961 ;1970]

Sous-période pour laquelle la stationnarité est supposée.

- ▶ Utile pour identifier un modèle de base.

# Précipitations convectives [1961; 1970]

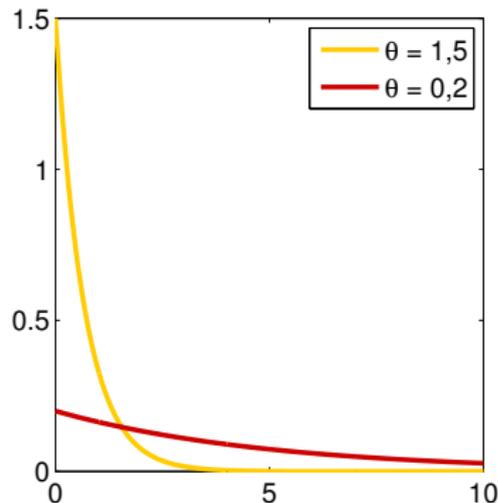
Histogrammes de la tuile contenant Montréal



# Précipitations convectives [1961; 1970]

## Lois exponentielles

Le modèle de mélange de lois exponentielles constitue le meilleur modèle pour l'ensemble des tuiles sur la période [1961, 1970]



# Précipitations convectives [1961; 1970]

## Mélange de lois exponentielles

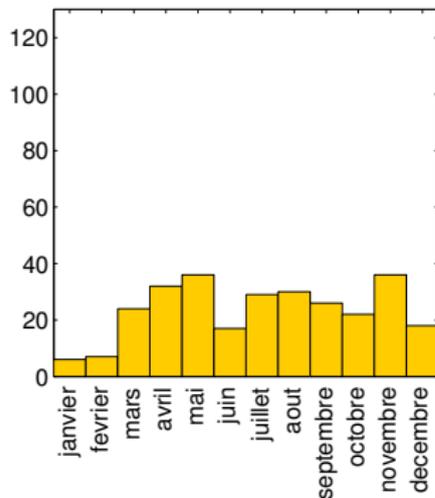
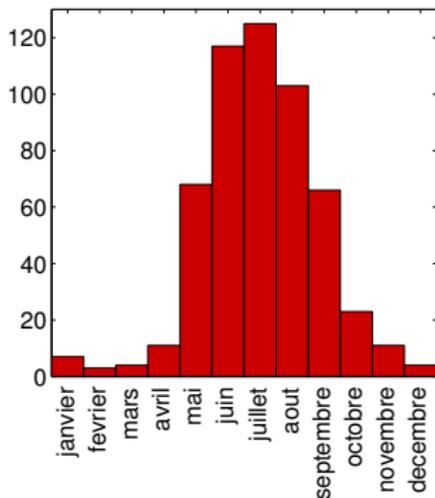
La densité d'une variable aléatoire  $X$  provenant d'un mélange de lois exponentielles s'écrit

$$f_2(x|w, \theta_0, \theta_1) = \begin{cases} (1-w) \theta_0 e^{-\theta_0 x} + w \theta_1 e^{-\theta_1 x} & \text{si } x \geq 0 \\ 0 & \text{si } x < 0. \end{cases}$$

- $\theta_0$  : intensité du régime de faible intensité;
- $\theta_1$  : intensité du régime de forte intensité;
- $w$  : proportion du régime de forte intensité.

# Précipitations convectives [1961; 1970]

Régimes d'intensité - tuile contenant Montréal



# PRÉCIPITATIONS CONVECTIVES POUR LA PÉRIODE [1961 ; 2100]

Extensions non stationnaires du mélange de lois exponentielles

# Précipitations convectives [1961; 2100]

## Nomenclature des modèles

Modèle	Description
$\mathcal{M}_2$ :	mélange de lois exponentielles où aucun paramètre ne varie dans le temps ;
$\mathcal{M}_3$ :	mélange de lois exponentielles où les intensités des régimes évoluent avec le temps ;
$\mathcal{M}_4$ :	mélange de lois exponentielles où la proportion des régimes évoluent avec le temps ;
$\mathcal{M}_5$ :	mélange de lois exponentielles où l'intensité des régimes et la proportion de ceux-ci évoluent avec le temps.

# Précipitations convectives [1961; 2100]

Modèle  $\mathcal{M}_5$

La densité d'une variable aléatoire  $X$  observée au temps  $t$  provenant de ce modèle s'écrit

$$f_5(x|\alpha_0, \alpha_1, \beta_0, \beta_1, w, t) = \begin{cases} (1 - w(t)) \theta_0(t) e^{-\theta_0(t)x} + w(t) \theta_1(t) e^{-\theta_1(t)x} & \text{si } x \geq 0; \\ 0 & \text{sinon,} \end{cases}$$

$$\theta_0(t) = \alpha_0 \cdot \alpha_1^t; \quad \alpha_0 > 0, \quad \alpha_1 > 0;$$

$$\theta_1(t) = \beta_0 \cdot \beta_1^t; \quad \beta_0 > 0, \quad \beta_1 > 0;$$

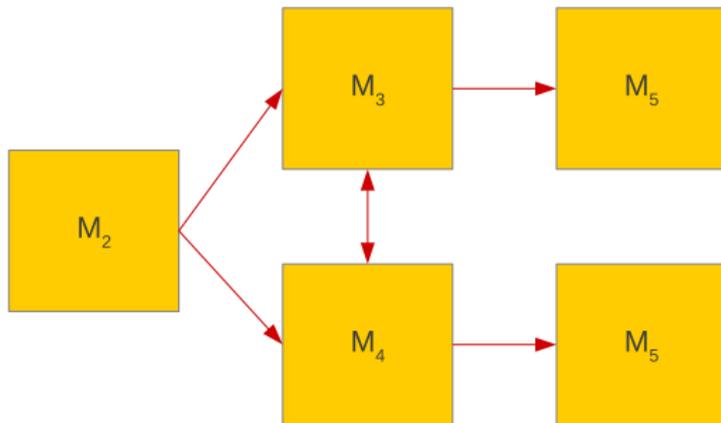
$$w(t) = \frac{\exp(a + bt)}{1 + \exp(a + bt)}.$$

# Non-stationnarité

## Sélection de modèle

Le meilleur modèle a été sélectionné selon un algorithme analogue à la méthode d'inclusion en statistique classique :

- ▶ la complexité du modèle n'augmente que si  $\log_{10}(B) > 2$ .



# Non-stationnarité

## Sélection de modèle

Résultats de la sélection de modèle sur les 6097 tuiles

$\mathcal{M}_2$  : 7%

$\mathcal{M}_3$  : 89%

$\mathcal{M}_4$  : 3%

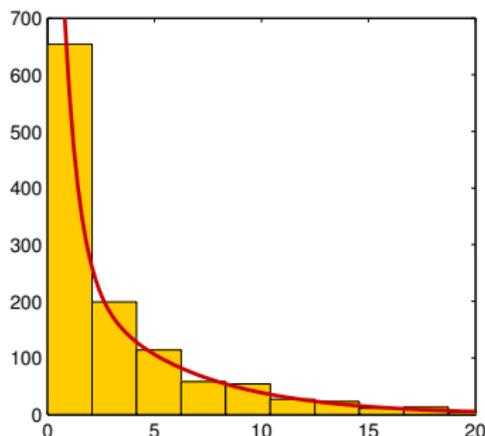
$\mathcal{M}_5$  : 1%

Le modèle  $\mathcal{M}_2$  est un sous-modèle de  $\mathcal{M}_3$ .

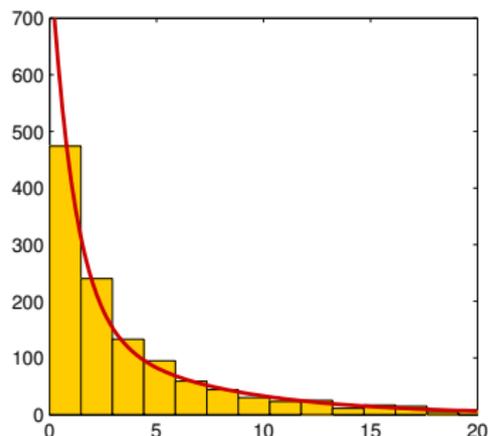
# Non-stationnarité

Histogramme des données - tuile contenant Montréal

[1961; 1970]



[2091; 2100]

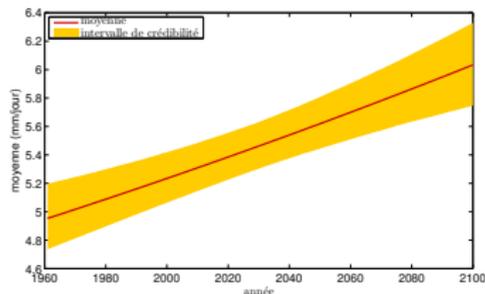
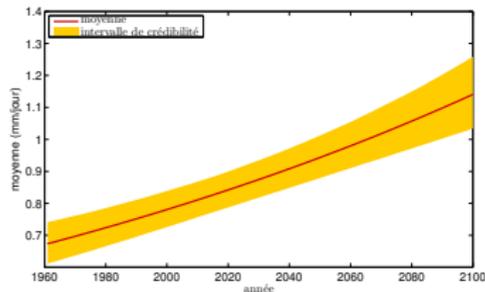


# Non-stationnarité

## Évolution de la moyenne

Évolution de la moyenne des deux régimes d'intensité des précipitations convectives.

1. Régime de **faible intensité** ;
2. Régime de **forte intensité**.

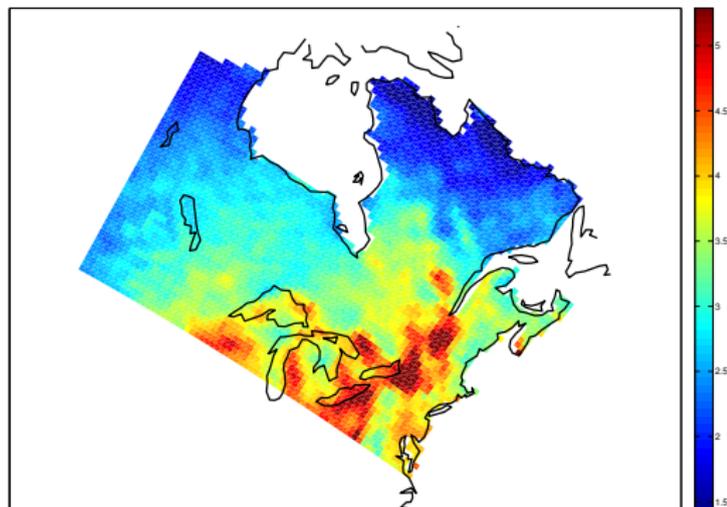


# Non-stationnarité

Modèle  $\mathcal{M}_3$

Régime de forte  
intensité

$$\theta_1(t) = \beta_0 \cdot \beta_1^t$$



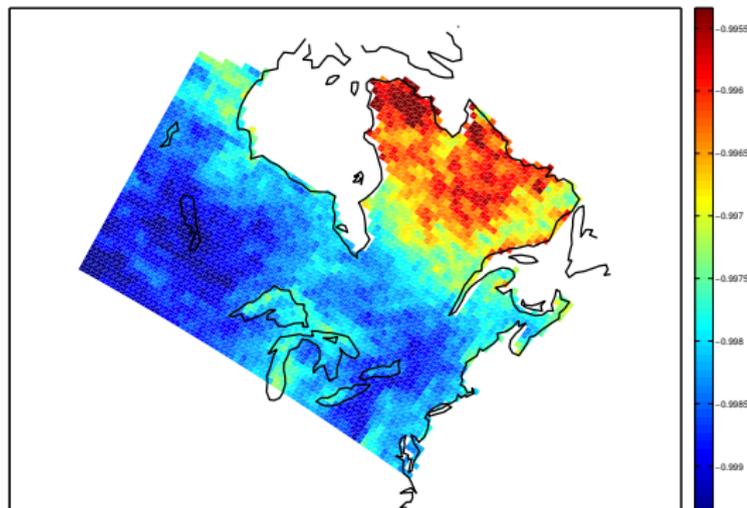
$1/\beta_0$

# Non-stationnarité

Modèle  $\mathcal{M}_3$

Régime de forte  
intensité

$$\theta_1(t) = \beta_0 \cdot \beta_1^t$$



$-\beta_1$

# Régionalisation

## Définitions

La **régionalisation** consiste à identifier un sous-groupe de tuiles contiguës homogènes.

Une région composée de plusieurs tuiles est dite **homogène** si et seulement si un seul vecteur de paramètres est suffisant pour modéliser chacune des tuiles de la région

- ▶ synthétiser l'information
- ▶ diminuer la variance d'estimation

# Régionalisation

## Dépendance

Les processus atmosphériques générant les précipitations se manifestent à une échelle beaucoup plus grande que le maillage du modèle climatique.

- ▶ **Dépendance spatiale entre les tuiles**

La densité conjointe d'une région composée de tuiles contiguës n'est pas le produit des marginales de ces tuiles.

# Régionalisation

## Modélisation de la dépendance spatiale

Puisque nous possédons la **distribution marginale** de chacune des tuiles (le modèle  $\mathcal{M}_3$ ) il est naturel de déterminer la loi conjointe de deux tuiles par l'utilisation d'une **copule**.

$$F_{12}(x_1, x_2) = C_\lambda \{F_1(x_1), F_2(x_2)\}$$

$$f_{12}(x_1, x_2) = c_\lambda \{F_1(x_1), F_2(x_2)\} \cdot f_1(x_1) \cdot f_2(x_2)$$

$F_{ij}$  : fonction de répartition conjointe des tuiles  $i$  et  $j$

$F_i$  : fonction de répartition marginale de la tuile  $i$

$C_\lambda$  : copule de paramètre  $\lambda$

# Régionalisation

## «Test» d'homogénéité de deux tuiles

La sélection de modèle permettra de déterminer si deux tuiles sont homogènes par le biais de la **cote de Bayes**. Les deux tuiles sont hétérogènes si

$$\frac{\int_{\theta_1} \int_{\theta_2} \int_{\lambda} p(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2 | \theta_1, \theta_2, \lambda) \pi(\theta_1) \pi(\theta_2) \pi(\lambda) d\theta_1 d\theta_2 d\lambda}{\int_{\theta} \int_{\lambda} p(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2 | \theta, \lambda) \pi(\theta) \pi(\lambda) d\theta d\lambda} > \text{seuil}$$

# Conclusion

## Travaux à venir

- Identifier les régions homogènes à l'aide du concept de copule ;
- Construire un modèle de dépassements de seuil non stationnaire par région homogène.
- Le seuil sera constant pour toute la période [1961, 2100].
  - ▶ Processus de Poisson non homogène pour modéliser le nombre de dépassements sur une fenêtre donnée.
  - ▶ Loi de Pareto non stationnaire pour modéliser l'amplitude des dépassements.

# Régionalisation

## Choix de la copule

Parmi les 4 copules considérés (gaussienne, Frank, Clayton et Gumbel), la **copule de Gumbel** a été privilégiée

notamment parce que la dépendance est plus importante pour la queue positive de la distribution,

ce qui est cohérent avec les précipitations (dépendance de queue positive).

# Régionalisation

## Densité conjointe

La densité conjointe de deux tuiles peut s'écrire de la façon suivante

$$\rho(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2 | \boldsymbol{\theta}_1, \boldsymbol{\theta}_2, \lambda) = \prod_{k=1}^n c_\lambda \left\{ F_1(x_1^{(k)} | \boldsymbol{\theta}_1), F_2(x_2^{(k)} | \boldsymbol{\theta}_2) \right\} \cdot f_1(x_1^{(k)} | \boldsymbol{\theta}_1) \cdot f_2(x_2^{(k)} | \boldsymbol{\theta}_2)$$

en exploitant le concept des **copules**.