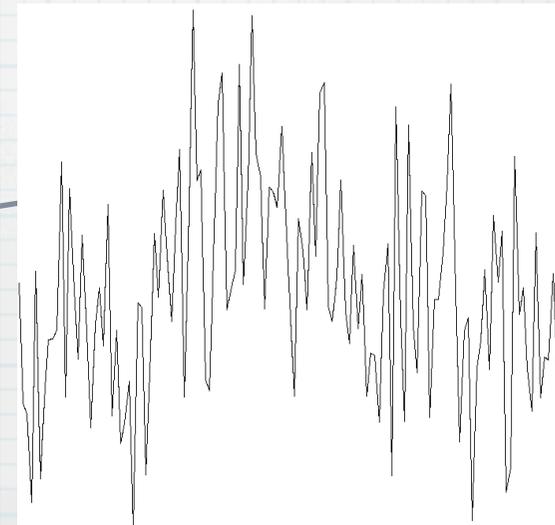
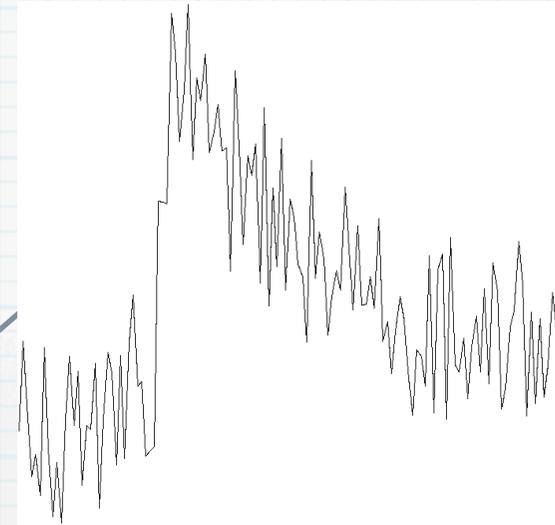


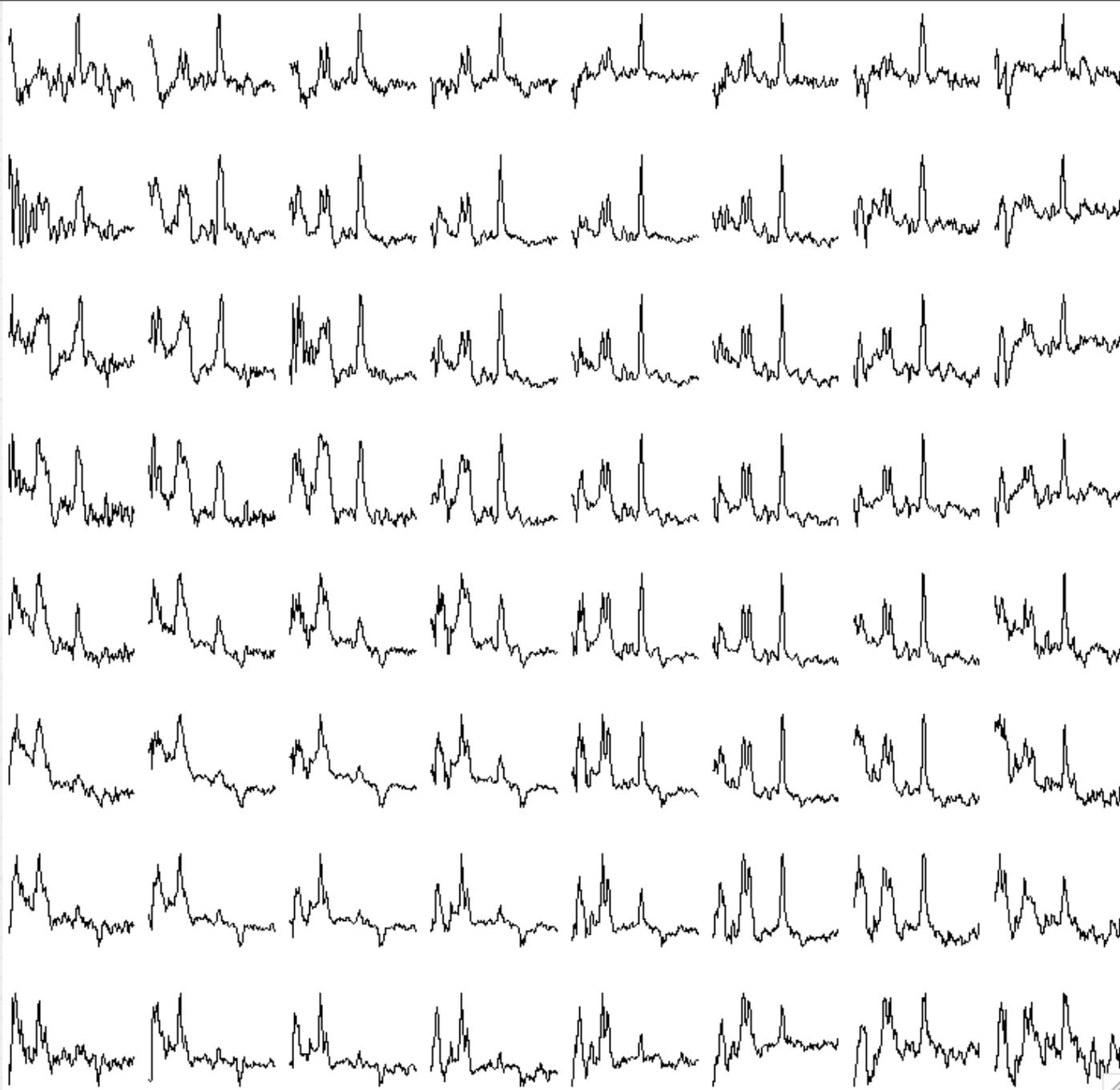
# Segmentation d'images hyperspectrales

R O B I N   G I R A R D  
L J K   E Q U I P E   S M S

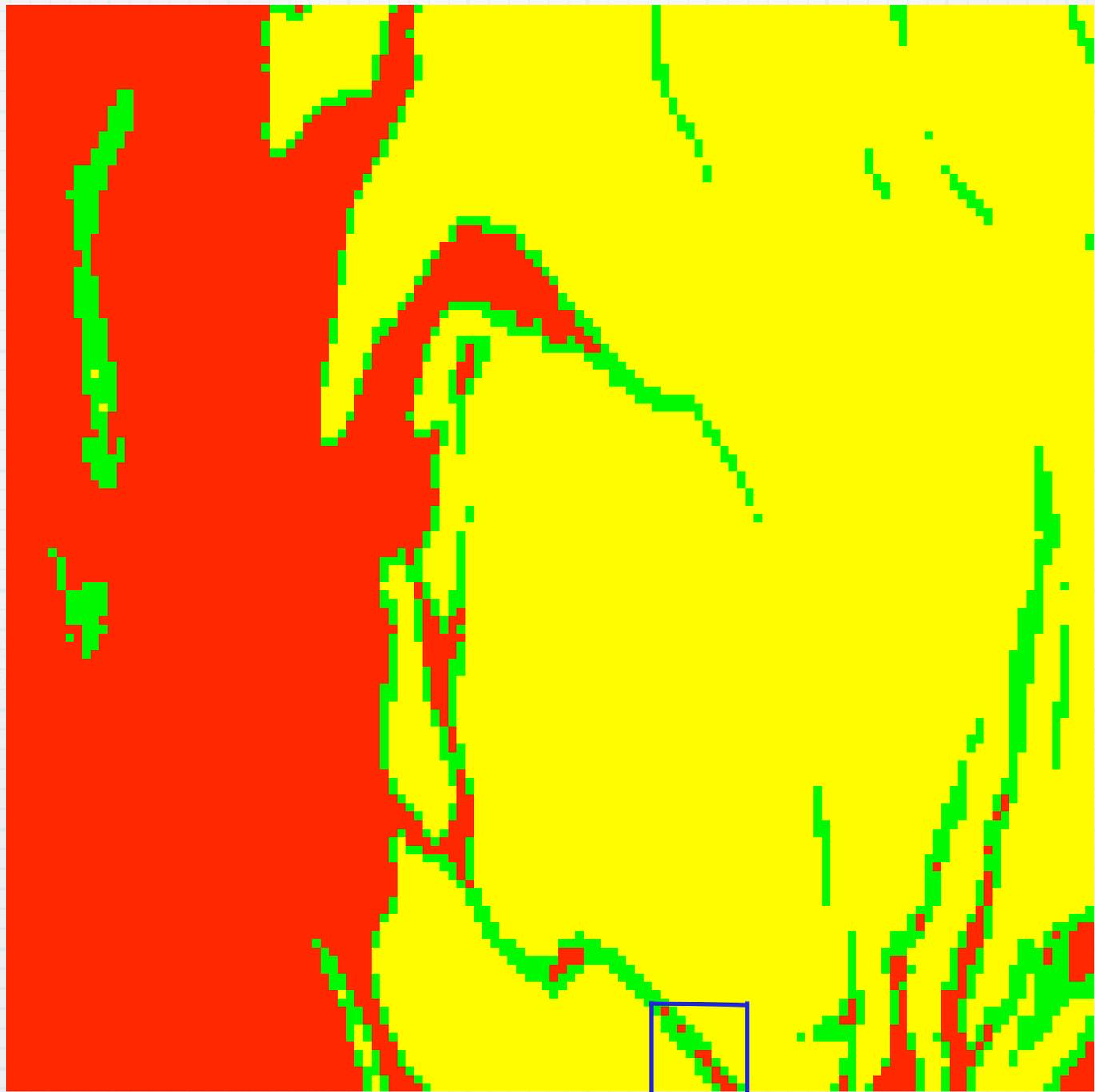
Groupe de travail Mistiss

# Image hyperspectrale





**Type d'image obtenue par IRM  
(données de l'INSERM)**





# Plan

- Problèmes et méthodes de réduction de dimension
- Segmentation supervisée et non supervisée (deux algorithmes)

# Réduction de dimension en classification

Pourquoi, selon quel critère et avec quelle  
stratégie

# Petite définition du problème : classification supervisée

On observe des données (vecteurs de grandes dimension) issues de deux lois différentes

Classe "0"  $X_1^0, \dots, X_n^0 \rightsquigarrow P_0$

Classe "1"  $X_1^1, \dots, X_n^1 \rightsquigarrow P_1$

On observe une nouvelle donnée  $X$  issue de  $P_1$  ou  $P_0$

DECOMPOSITION DANS  
UNE BASE

# Petite définition du problème : classification supervisée

On observe des données (vecteurs de grandes dimension) issues de deux lois différentes

Classe "0"  $X_1^0, \dots, X_n^0 \rightsquigarrow P_0$

Classe "1"  $X_1^1, \dots, X_n^1 \rightsquigarrow P_1$

On observe une nouvelle donnée  $X$  issue de  $P_1$  ou  $P_0$

Question : dans quelle classe cette donnée doit être rangée?

DECOMPOSITION DANS  
UNE BASE

# Petite définition du problème : classification supervisée

On observe des données (vecteurs de grandes dimension) issues de deux lois différentes

Classe "0"  $X_1^0, \dots, X_n^0 \rightsquigarrow P_0$

Classe "1"  $X_1^1, \dots, X_n^1 \rightsquigarrow P_1$

On observe une nouvelle donnée  $X$  issue de  $P_1$  ou  $P_0$

Question : dans quelle classe cette donnée doit être rangée?

Singularité du problème :  $p \gg n$  ou  $p$  et  $n$  comparables

DECOMPOSITION DANS  
UNE BASE

# Comment mesurer l'intérêt d'une direction de l'espace des observations ?

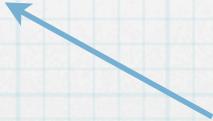
Mesure de la qualité de séparation des données dans une direction  $i$  :

$$S_{RD}[i] = \frac{|\bar{X}^1[i] - \bar{X}^0[i]|}{\sqrt{Cov[i,i]}}$$

variabilité entre les groupes dans la direction  $i$



variabilité globale dans la direction  $i$



# Comment mesurer l'intérêt d'une direction de l'espace des observations ?

Une direction intéressante de l'espace des observations est une direction dans laquelle les observations sont bien séparées.

Mesure de la qualité de séparation des données dans une direction  $i$  :

$$S_{RD}[i] = \frac{|\bar{X}^1[i] - \bar{X}^0[i]|}{\sqrt{Cov[i,i]}}$$

variabilité entre les groupes dans la direction  $i$

variabilité globale dans la direction  $i$

**On peut classer les directions par intérêt. Comment choisir le nombre de directions retenues ?**

# On peut classer les directions par intérêt. Comment choisir le nombre de directions retenues ?

Idée : effectuer simultanément pour  $i=1,\dots,p$ , le test des hypothèses

$H_{0i}$  : la direction  $i$  n'est pas intéressante      contre       $H_{1i}$  : la direction  $i$  est intéressante

# On peut classer les directions par intérêt. Comment choisir le nombre de directions retenues ?

Idée : effectuer simultanément pour  $i=1,\dots,p$ , le test des hypothèses

$H_{0i}$  : la direction  $i$  n'est pas intéressante      contre       $H_{1i}$  : la direction  $i$  est intéressante

Utiliser par exemple l'algorithme de Benjamini et Hocheberg de contrôle de l'espérance de proportion de rejet à tord, en se plaçant dans un cadre gaussien

# On peut classer les directions par intérêt. Comment choisir le nombre de directions retenues ?

Idée : effectuer simultanément pour  $i=1,\dots,p$ , le test des hypothèses

$H_{0i}$  : la direction  $i$  n'est pas intéressante      contre       $H_{1i}$  : la direction  $i$  est intéressante

Utiliser par exemple l'algorithme de Benjamini et Hocheberg de contrôle de l'espérance de proportion de rejet à tord, en se plaçant dans un cadre gaussien

Il y a de bonnes raisons théoriques à l'utilisation de cet algorithme plutôt qu'un autre

Réduire la dimension de l'espace dans lequel la règle agit, est-ce la seule simplification que l'on peut faire ?

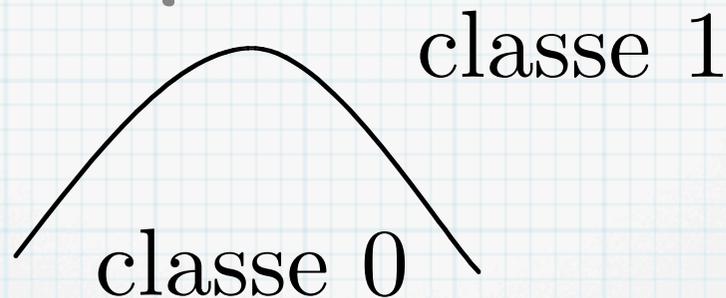
**Réduire la dimension de l'espace dans lequel la règle agit, est-ce la seule simplification que l'on peut faire ?**

Une règle de classification sépare l'espace en deux parties

Réduire la dimension de l'espace dans lequel la règle agit, est-ce la seule simplification que l'on peut faire ?

Une règle de classification sépare l'espace en deux parties

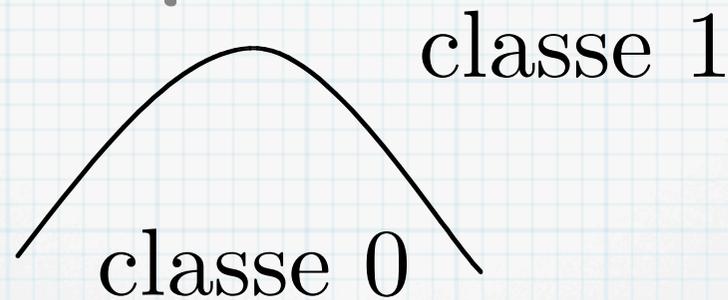
Séparer par une quadrique



Réduire la dimension de l'espace dans lequel la règle agit, est-ce la seule simplification que l'on peut faire ?

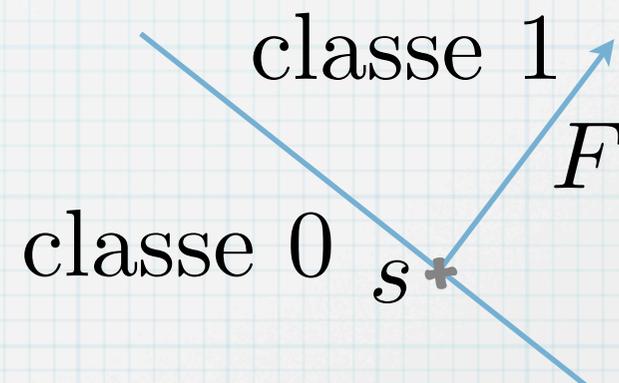
Une règle de classification sépare l'espace en deux parties

Séparer par une quadrique



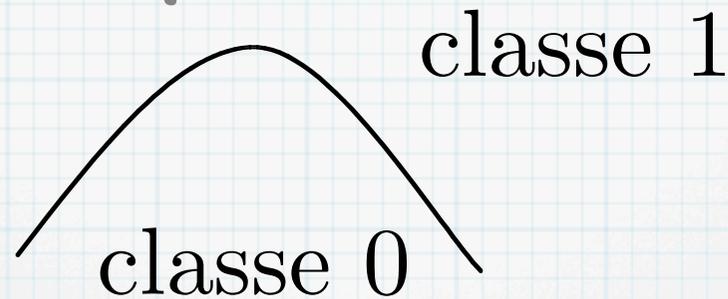
Séparer par un hyperplan affine

plus simple !

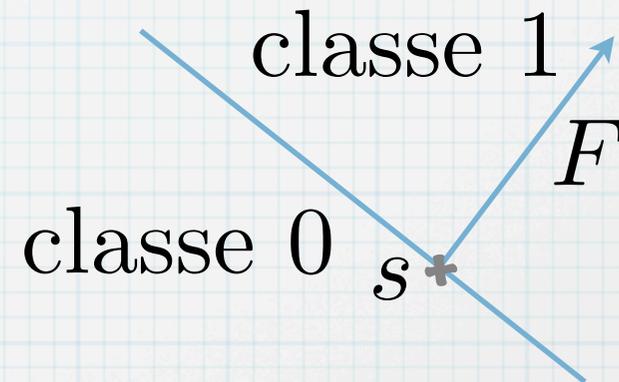


Réduire la dimension de l'espace dans lequel la règle agit, est-ce la seule simplification que l'on peut faire ?

Une règle de classification sépare l'espace en deux parties  
Séparer par une quadrique



Séparer par un hyperplan affine  
plus simple !

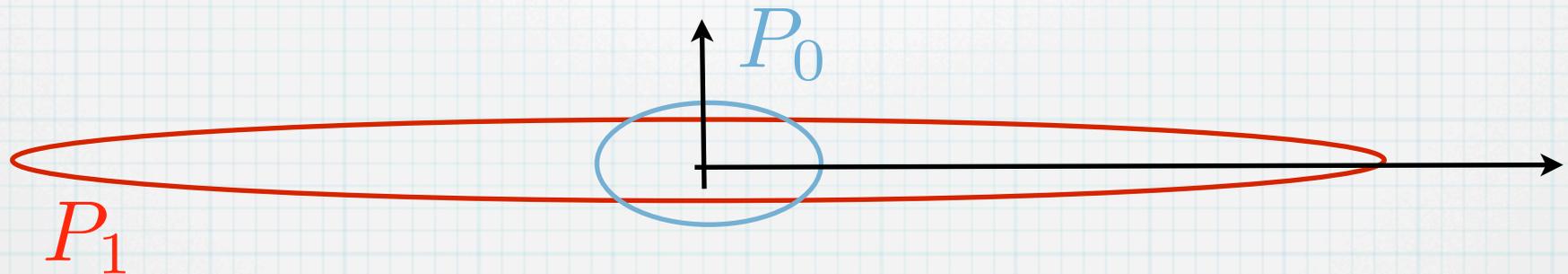


Passer d'une règle quadratique à une règle affine, c'est une réduction de la dimension de l'espace dans lequel se trouve le classificateur utilisé

**Comment mesurer l'intérêt d'une règle quadratique dans une direction de l'espace des observations ?**

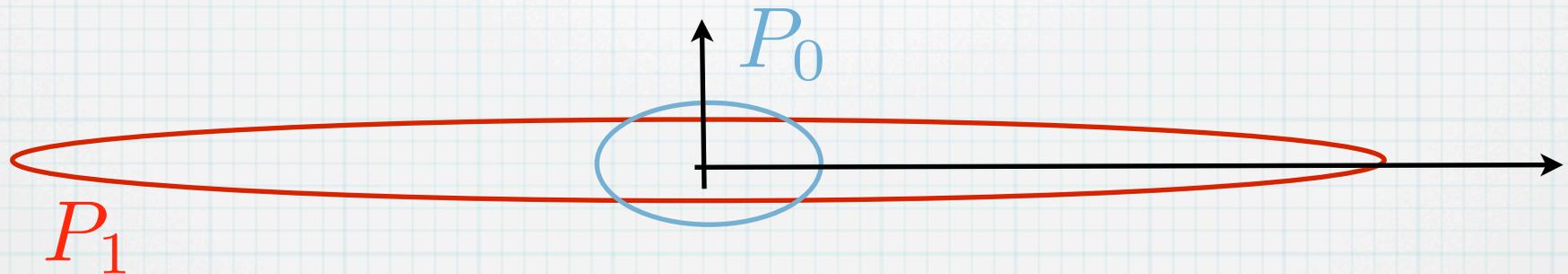
# Comment mesurer l'intérêt d'une règle quadratique dans une direction de l'espace des observations ?

Une direction dans laquelle la variabilité des différents groupes varie est une direction dans laquelle une règle seulement linéaire perd une information



# Comment mesurer l'intérêt d'une règle quadratique dans une direction de l'espace des observations ?

Une direction dans laquelle la variabilité des différents groupes varie est une direction dans laquelle une règle seulement linéaire perd une information



Mesure de l'intérêt d'une règle quadratique :

$$S_{RD} = S_1[i]^2 - S_0[i]^2$$

$S_k[i]^2$  variance empirique des données du groupe  $k$  dans la direction  $i$ .

**Faut-il chercher la structure de corrélation entre les covariables ?**

# Faut-il chercher la structure de corrélation entre les covariables ?

Si l'on cherche à estimer toute la structure de corrélation à partir des observations seulement ...  $p^2$  paramètres...

# Faut-il chercher la structure de corrélation entre les covariables ?

Si l'on cherche à estimer toute la structure de corrélation à partir des observations seulement ...  $p^2$  paramètres...

Idée : utiliser l'a priori que l'on possède sur la structure de corrélation

# Faut-il chercher la structure de corrélation entre les covariables ?

Si l'on cherche à estimer toute la structure de corrélation à partir des observations seulement ...  $p^2$  paramètres...

Idée : utiliser l'a priori que l'on possède sur la structure de corrélation

ondelette = décorrélation des bandes de fréquence si le signal est presque stationnaire

**Comment traiter le cas de plus de 2 classes ?**  
"analyse de la variance vectorielle"

# Comment traiter le cas de plus de 2 classes ?

## “analyse de la variance vectorielle”

Pour mesurer l'intérêt d'une direction  $q$  :

$$\mathcal{I}_{RD}[q] = \sum_{i < j} \sum_{m=1}^{n_j} \sum_{l=1}^{n_i} \left( \frac{1}{S_i[q]} + \frac{1}{S_j[q]} \right) \frac{1}{n_i n_j} (X_m^i[q] - X_l^j[q])^2$$

# Comment traiter le cas de plus de 2 classes ?

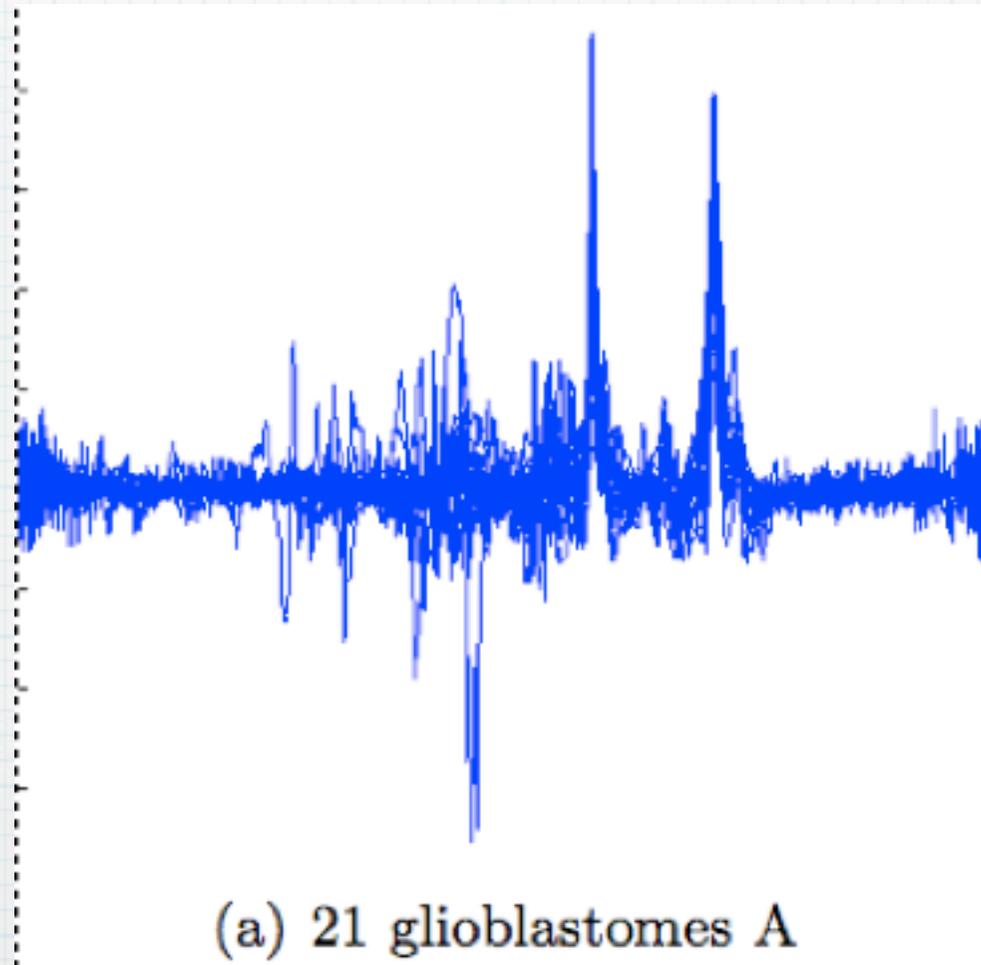
## “analyse de la variance vectorielle”

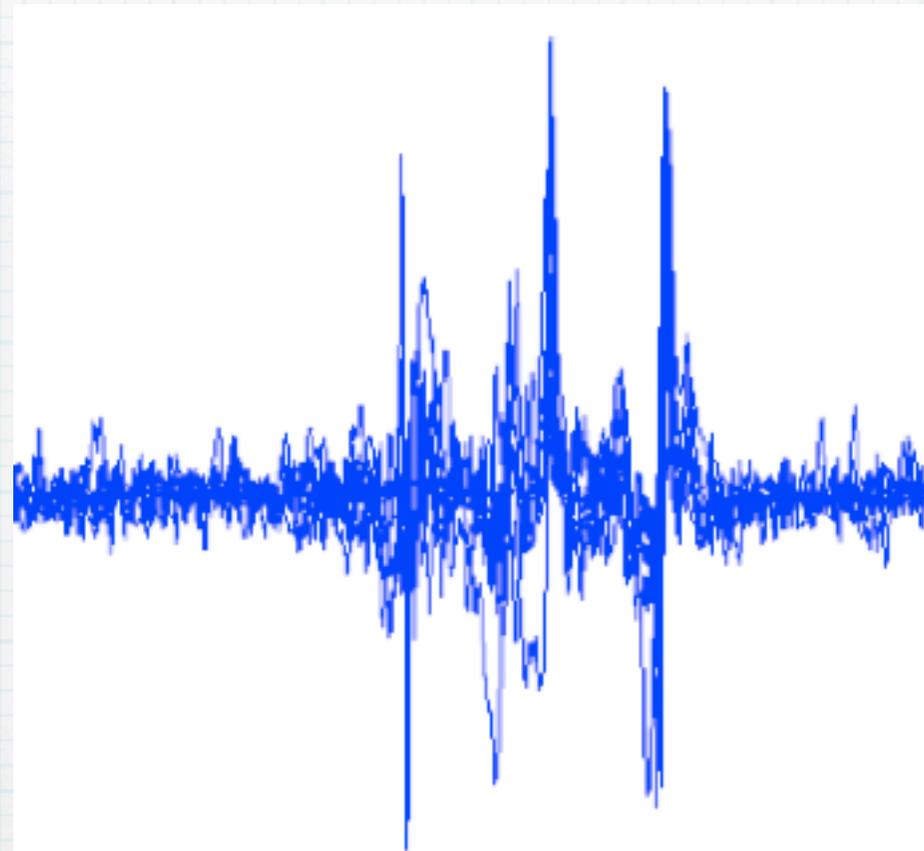
Pour mesurer l'intérêt d'une direction  $q$  :

$$\mathcal{I}_{RD}[q] = \sum_{i < j} \sum_{m=1}^{n_j} \sum_{l=1}^{n_i} \left( \frac{1}{S_i[q]} + \frac{1}{S_j[q]} \right) \frac{1}{n_i n_j} (X_m^i[q] - X_l^j[q])^2$$

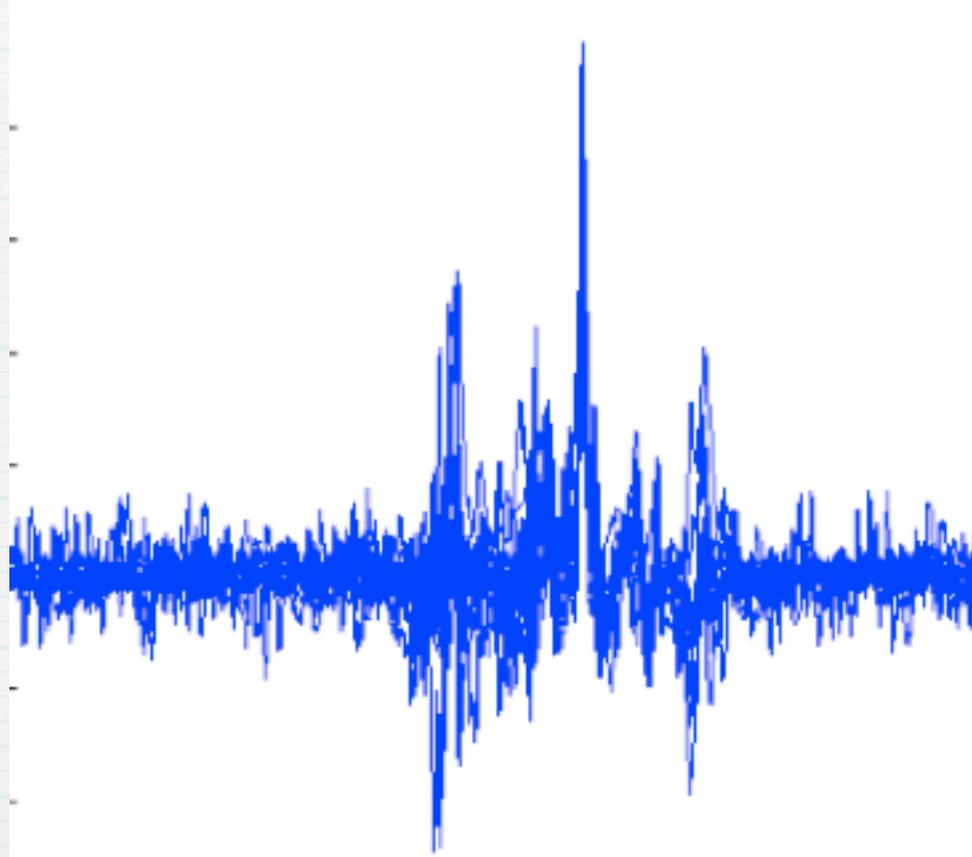
Pour mesurer l'intérêt d'une règle quadratique dans une direction  $q$  :

$$\mathcal{I}_L[q] = \sum_{i < j} (S_i[q]^2 - S_j[q]^2)$$

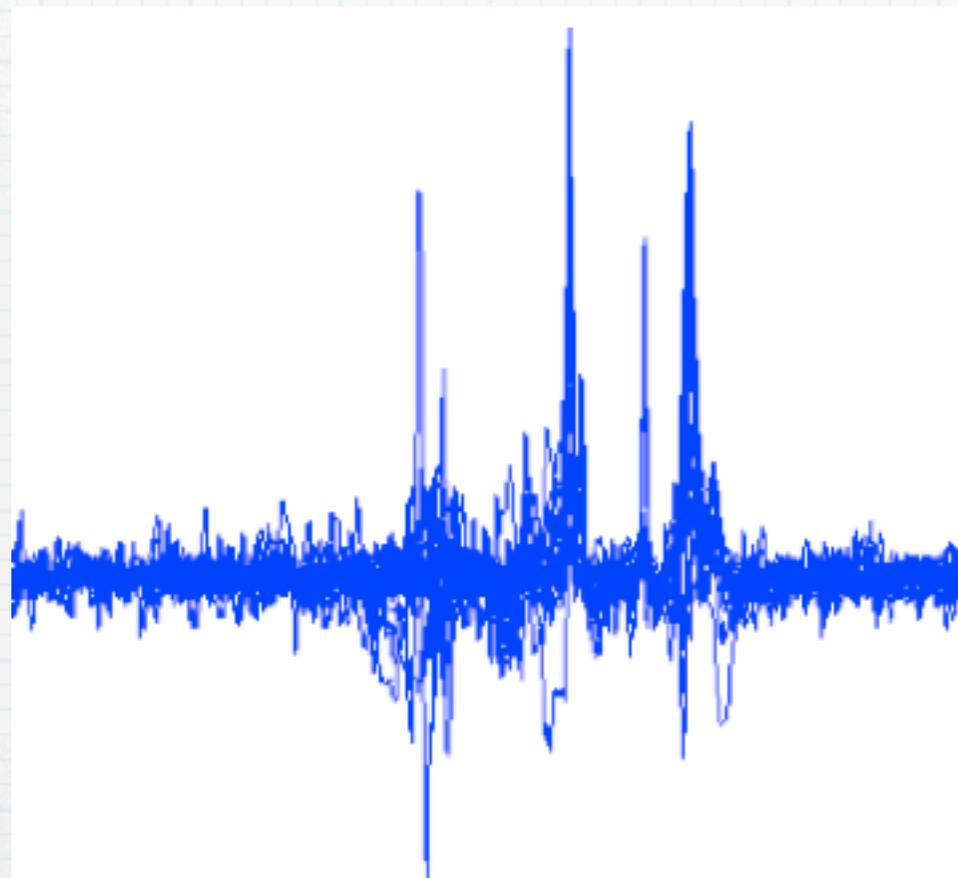




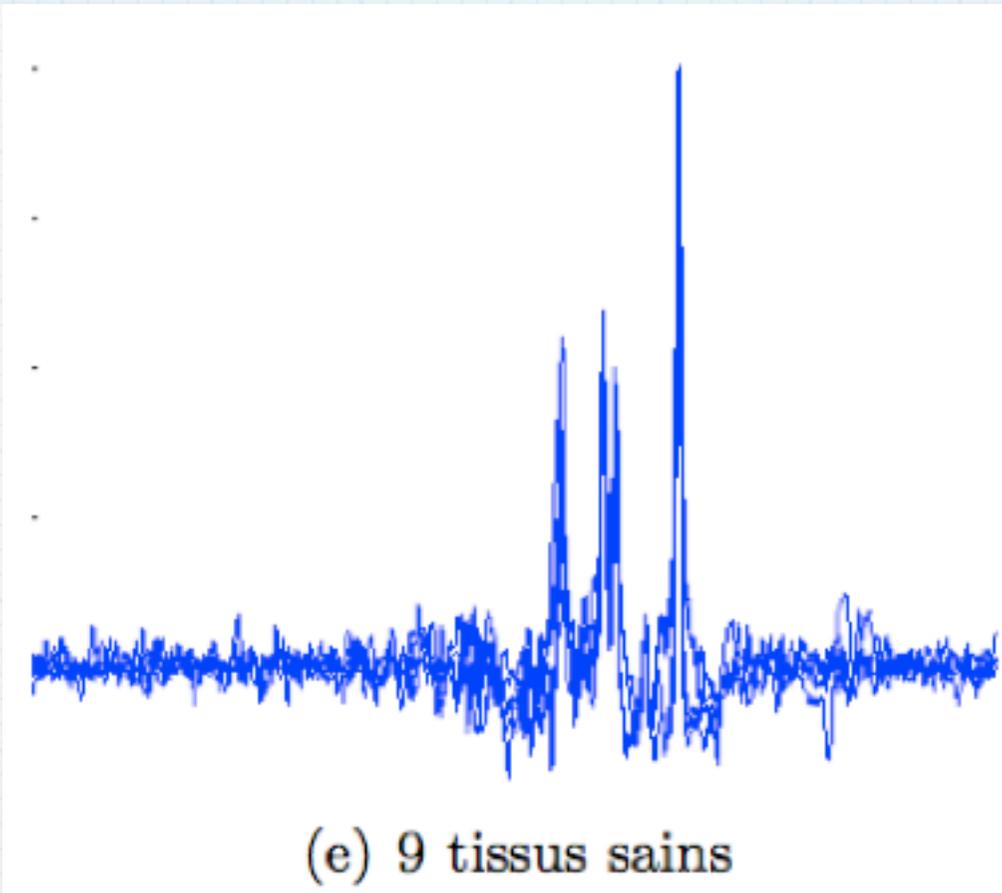
(b) 9 glioblastomes B



(c) 16 Meningiomes



(d) 18 métastases



Groupes présents	tous	tous sauf Métastases	Glioblastomes type A et Méningiomes
Taux d'erreur	43 %	30 %	5%

Groupes présents	tous	tous sauf Métastases	Glioblastomes type A et Méningiomes
Taux d'erreur	43 %	30 %	5%

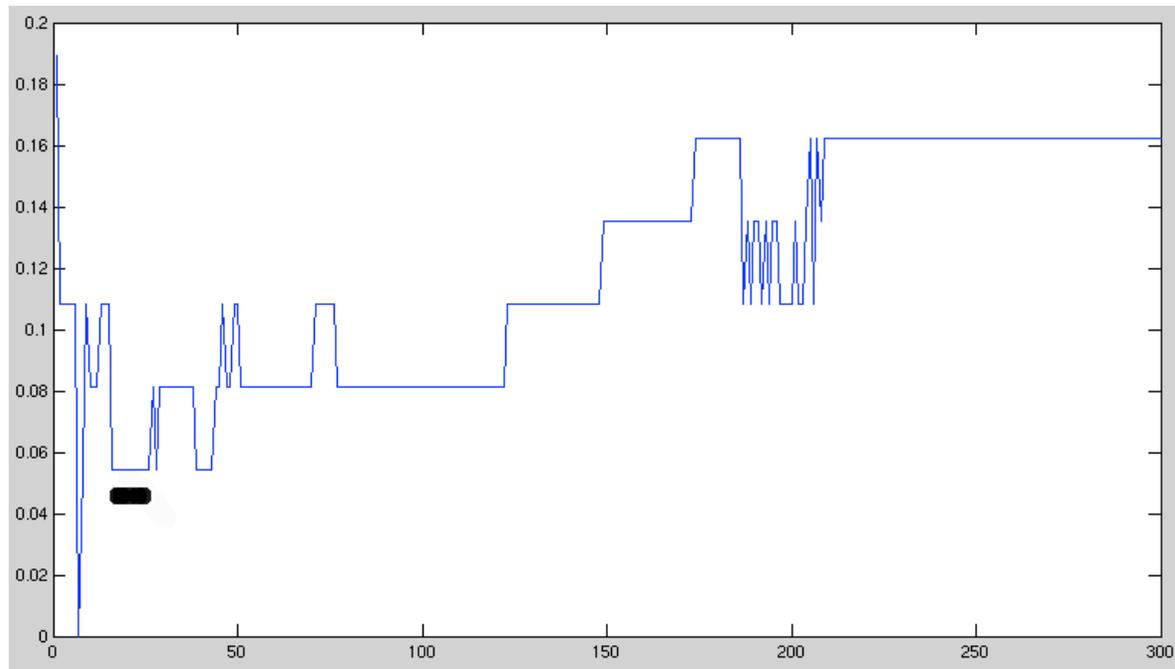


FIG. 2.3 – Taux d'erreur de classification (problème à deux groupes : Méningiomes / Glioblastome A) en fonction de la dimension sélectionnée. La dimension sélectionnée par notre algorithme est dans la zone marquée de points noirs.

## Principal problème concernant les données spectro

Ce que l'on "devrait"  
observer dans la classe  $k$ :

$$Y_k \in \mathbb{R}^p \quad Y_k \rightsquigarrow P_k$$

## Principal problème concernant les données spectro

Ce que l'on "devrait" observer dans la classe  $k$  :  $Y_k \in \mathbb{R}^p \quad Y_k \rightsquigarrow P_k$

Ce que l'on observe dans la classe  $k$  :

$$Z_k \in \mathbb{C}^p \quad Y_k[q](w) = \Re \left( e^{\psi[q](w)} Z_k[q](w) \right)$$

$$\psi[q](w) = a(w)q + b(w)$$

# Segmentation d'images hyperspectrales

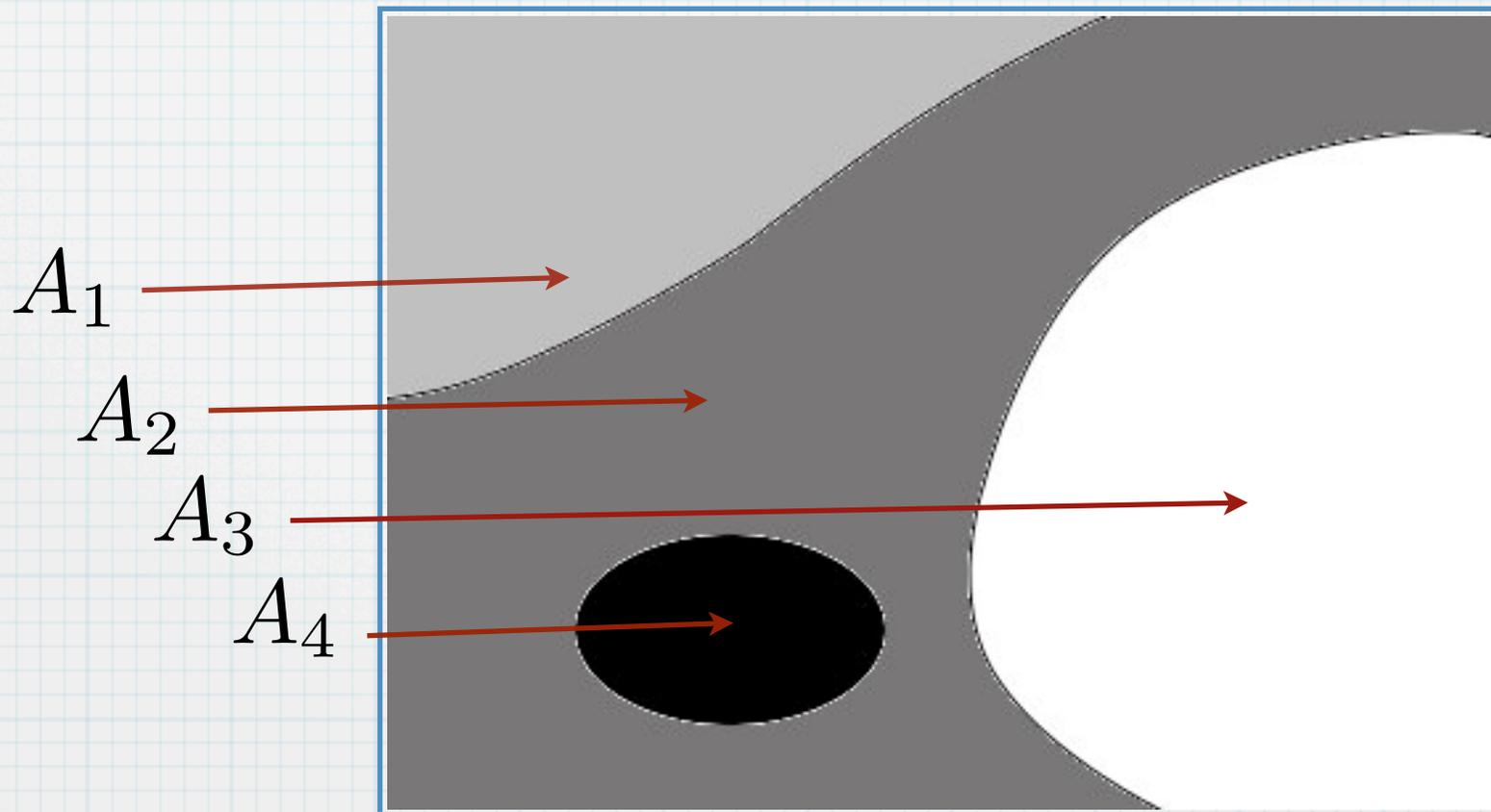
Segmentation supervisée (méthode multi-échelle)  
Segmentation non supervisée (Adaptive Weight  
Smoothing)

# AWS

Adaptive Weight Smoothing

Hypothèses sur l'image :  
constante sur des zones

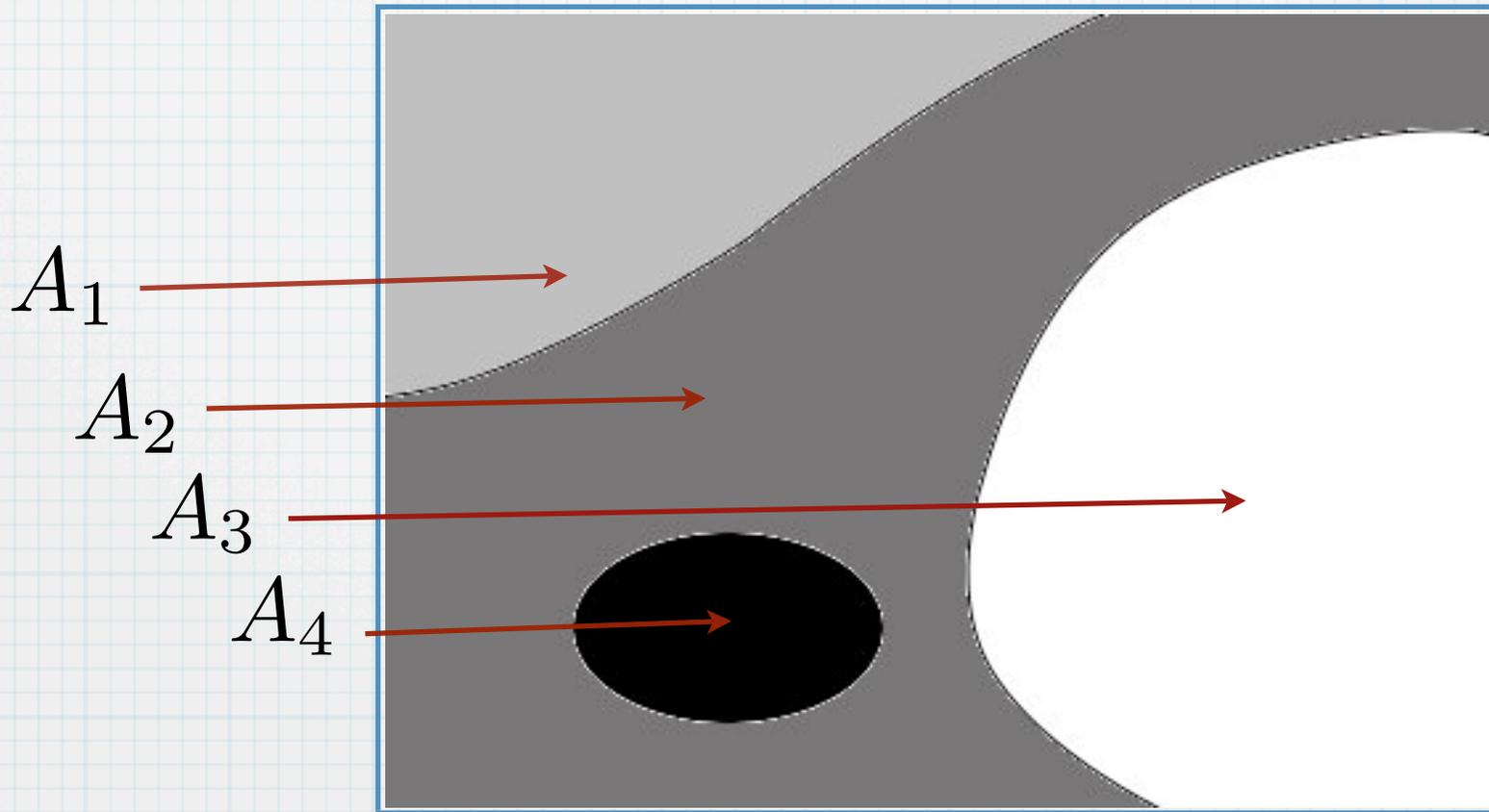
$$f(x) = \sum_{m=1}^M a_m \mathbb{1}_{\{x \in A_m\}}(x)$$



Hypothèses sur l'image :  
constante sur des zones

$$f(x) = \sum_{m=1}^M a_m \mathbb{1}_{\{x \in A_m\}}(x)$$

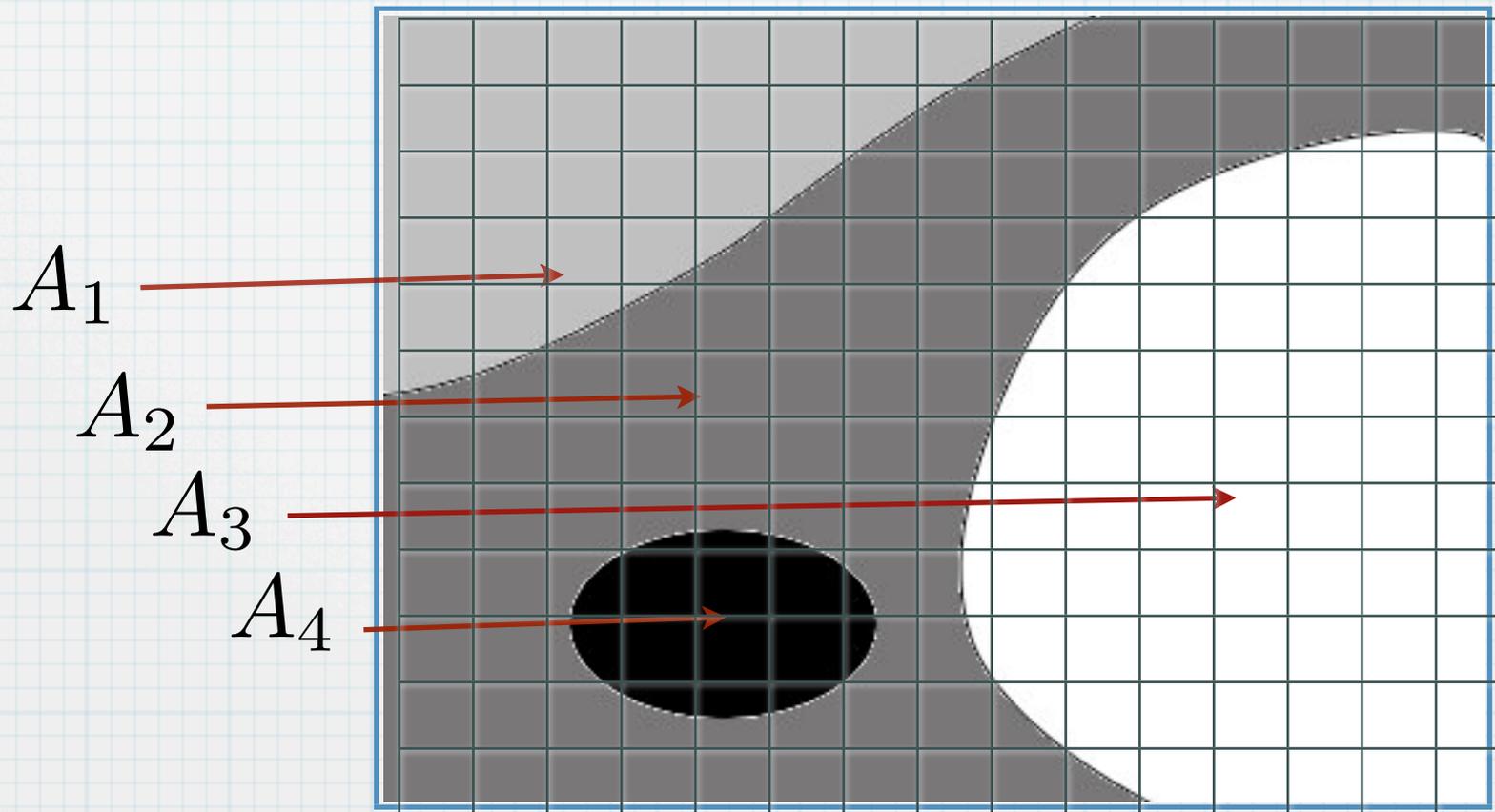
Inconnus



Hypothèses sur l'image :  
constante sur des zones

$$f(x) = \sum_{m=1}^M a_m \mathbb{1}_{\{x \in A_m\}}(x)$$

Inconnus

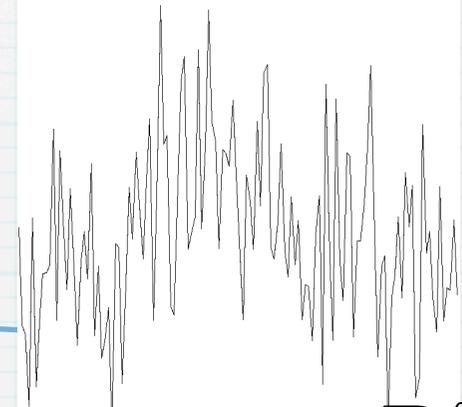
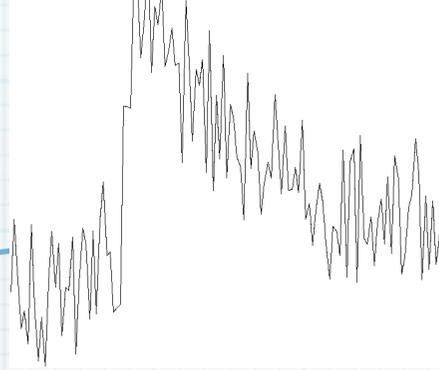


On observe  
au pixel  $i$  :

$$Y_i = f(x_i) + \sigma \epsilon_i$$

# Pour savoir si deux observations sont issues de la même classe

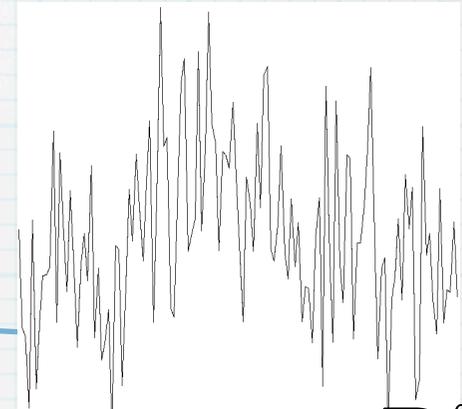
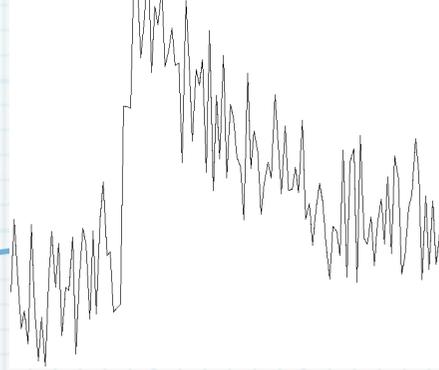
$$Y_i = f_i + \sigma \epsilon_i \in \mathbb{R}^p$$



$$Y_j = f_j + \sigma \epsilon_j \in \mathbb{R}^p$$

# Pour savoir si deux observations sont issues de la même classe

$$Y_i = f_i + \sigma \epsilon_i \in \mathbb{R}^p$$



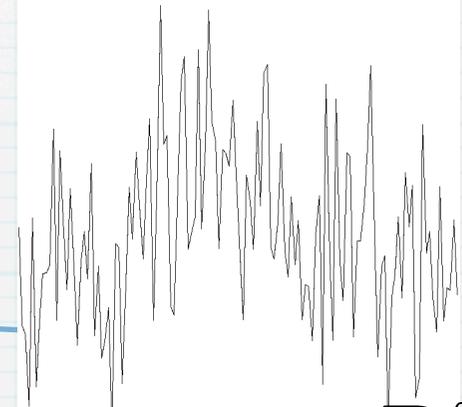
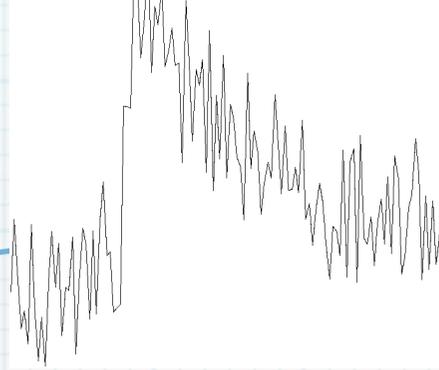
$$Y_j = f_j + \sigma \epsilon_j \in \mathbb{R}^p$$

Tester les hypothèses

$$H_0 : \|f_i - f_j\|_{\mathbb{R}^p} = 0 \text{ contre } H_1 : \|f_i - f_j\|_{\mathbb{R}^p} \neq 0$$

# Pour savoir si deux observations sont issues de la même classe

$$Y_i = f_i + \sigma \epsilon_i \in \mathbb{R}^p$$



$$Y_j = f_j + \sigma \epsilon_j \in \mathbb{R}^p$$

Tester les hypothèses

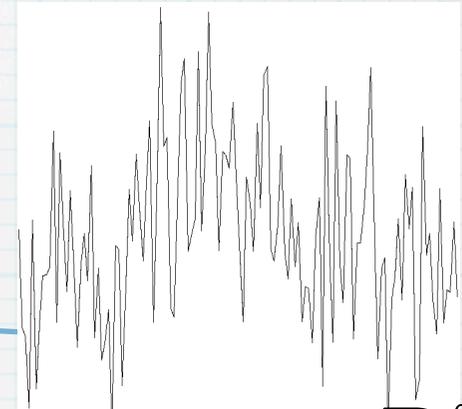
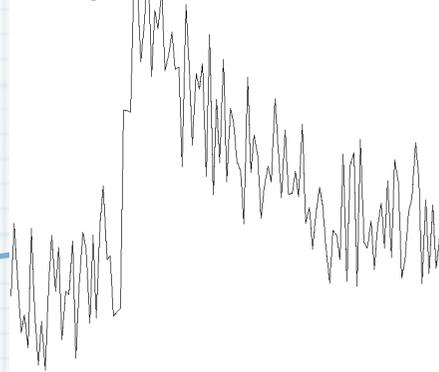
$$H_0 : \|f_i - f_j\|_{\mathbb{R}^p} = 0 \text{ contre } H_1 : \|f_i - f_j\|_{\mathbb{R}^p} \neq 0$$

Statistique de test  $\|Y_i - Y_j\|_{\mathbb{R}^p}$  centrée, réduite ...

perte de puissance avec la dimension

# Pour savoir si deux observations sont issues de la même classe

$$Y_i = f_i + \sigma \epsilon_i \in \mathbb{R}^p$$



$$Y_j = f_j + \sigma \epsilon_j \in \mathbb{R}^p$$

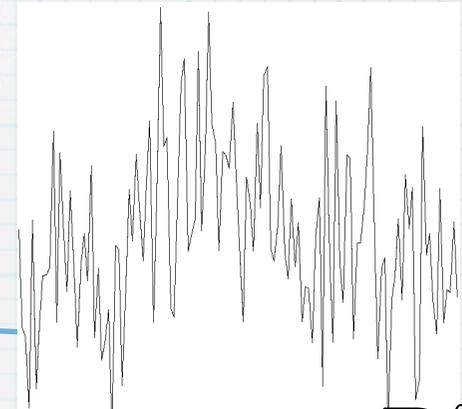
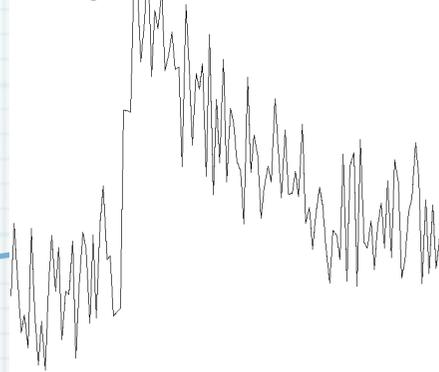
Tester les hypothèses

$$H_0 : \|f_i - f_j\|_{\mathbb{R}^p} = 0 \text{ contre } H_1 : \|f_i - f_j\|_{\mathbb{R}^p} \neq 0$$

Statistique de test  $\|S_\lambda(Y_i - Y_j)\|_{\mathbb{R}^p}$  centrée, réduite ...

# Pour savoir si deux observations sont issues de la même classe

$$Y_i = f_i + \sigma \epsilon_i \in \mathbb{R}^p$$



$$Y_j = f_j + \sigma \epsilon_j \in \mathbb{R}^p$$

Tester les hypothèses

$$H_0 : \|f_i - f_j\|_{\mathbb{R}^p} = 0 \text{ contre } H_1 : \|f_i - f_j\|_{\mathbb{R}^p} \neq 0$$

Statistique de test

$$\|S_\lambda(Y_i - Y_j)\|_{\mathbb{R}^p} \text{ centrée, réduite ...}$$

opérateur de seuillage  
...induit une réduction de dimension

# Algorithme AWS

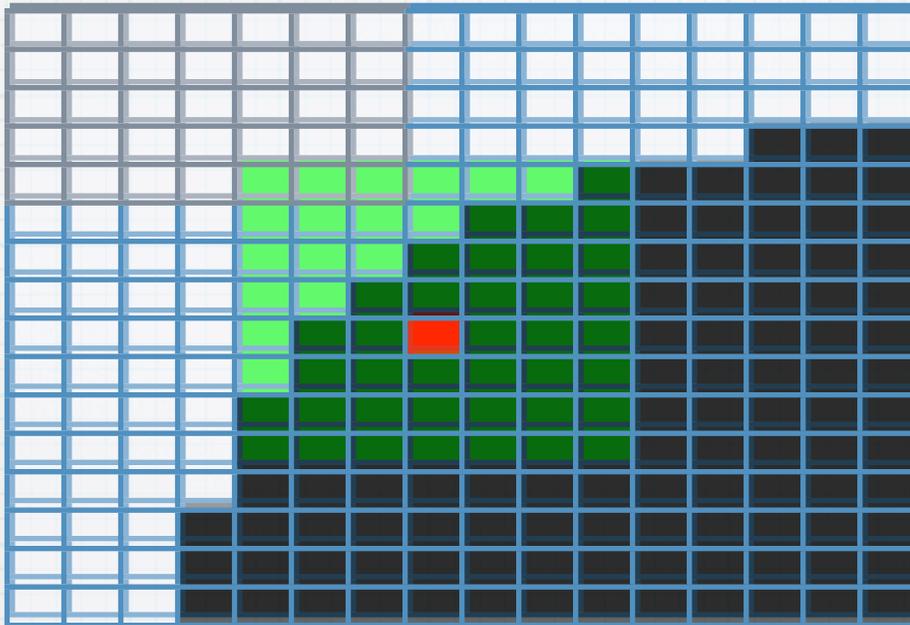


# Algorithme AWS

initialisation :  $\hat{f}_i^0 = Y_i$

Etape k : adaptation

. Pour chaque pixel  $X_i$ , utiliser un voisinage de taille k :  $U_k(X_i)$

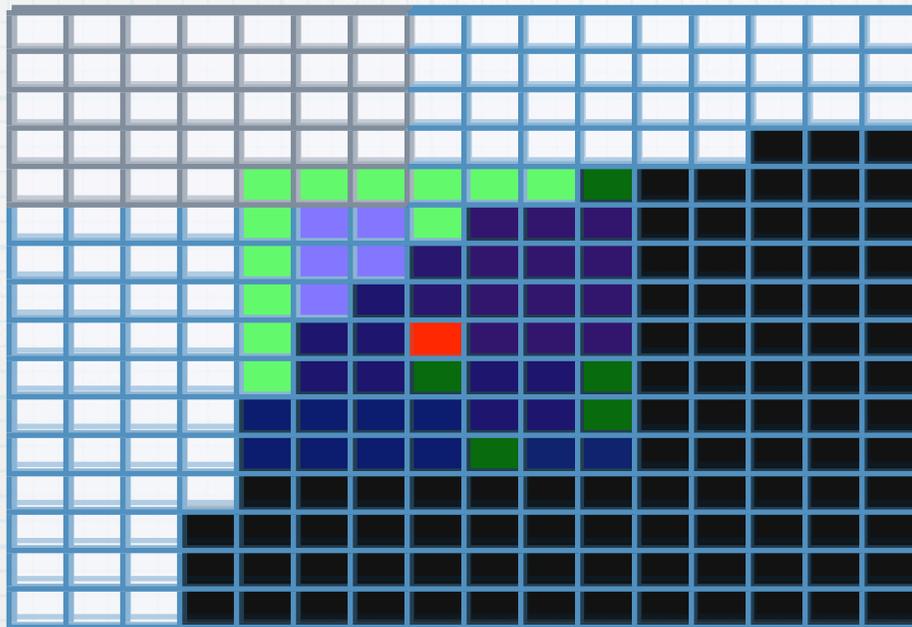


# Algorithme AWS

initialisation :  $\hat{f}_i^0 = Y_i$

## Etape k : adaptation

- . Pour chaque pixel  $X_i$ , utiliser un voisinage de taille  $k$  :  $U_k(X_i)$
- . Détecter les pixels de  $U_k(X_i)$  issus de la classe de  $X_i$  :  $\hat{V}_k(X_i)$



# Algorithme AWS

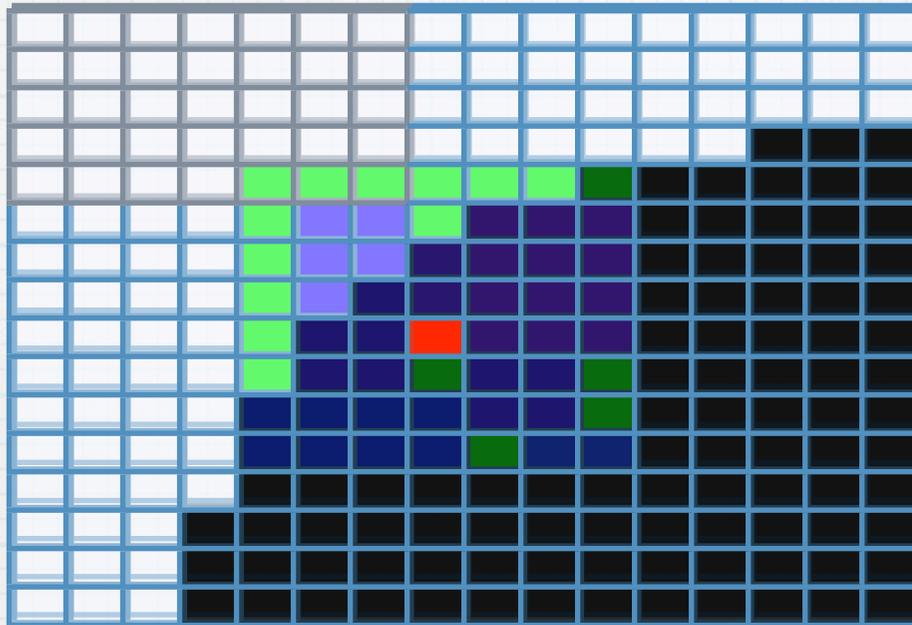
initialisation :  $\hat{f}_i^0 = Y_i$

## Etape k : adaptation

. Pour chaque pixel  $X_i$ , utiliser un voisinage de taille  $k$  :  $U_k(X_i)$

. Détecter les pixels de  $U_k(X_i)$  issus de la classe de  $X_i$  :  $\hat{V}_k(X_i)$

$X_j \in \hat{V}_k(X_i)$  si  $\|S_\lambda(\hat{f}_i^{k-1} - \hat{f}_j^{k-1})\|_{\mathbb{R}^p}$  petit



# Algorithme AWS

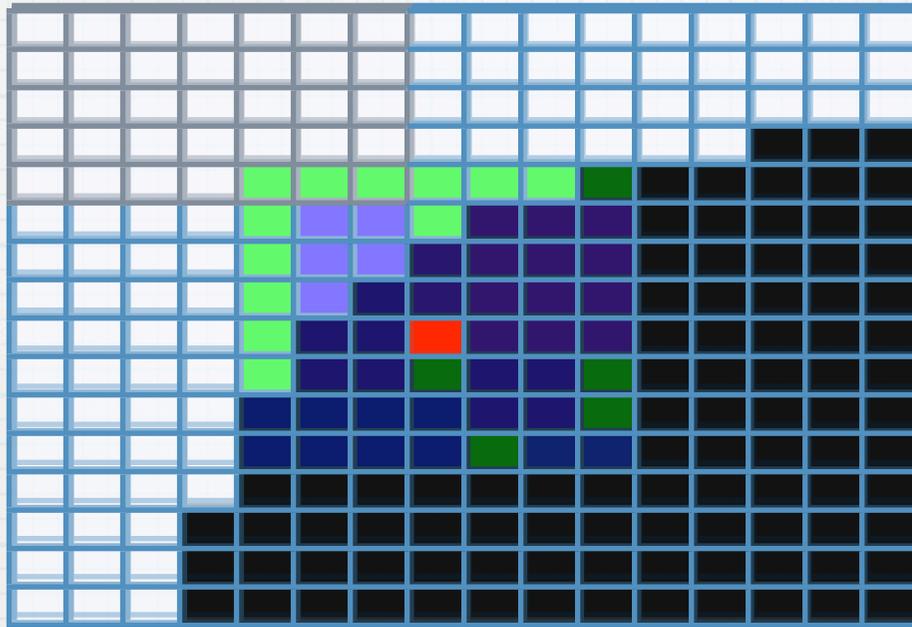
initialisation :  $\hat{f}_i^0 = Y_i$

## Etape k : adaptation

. Pour chaque pixel  $X_i$ , utiliser un voisinage de taille  $k$  :  $U_k(X_i)$

. Détecter les pixels de  $U_k(X_i)$  issus de la classe de  $X_i$  :  $\hat{V}_k(X_i)$

$X_j \in \hat{V}_k(X_i)$  si  $\|S_\lambda(\hat{f}_i^{k-1} - \hat{f}_j^{k-1})\|_{\mathbb{R}^p}$  petit



$$\hat{f}_i^k = \frac{1}{|\hat{V}_k(X_i)|} \sum_{i \in U_k(X_i)} \hat{w}_{ij}^k Y_j$$

$$\hat{w}_{ij}^k = 1_{X_j \in \hat{V}_k(X_i)}$$

# AWS...

$$\hat{f}_i = \frac{1}{|\hat{V}_i|} \sum_{j \in V_i} \hat{w}_{ij} Y_j$$

# AWS...

Estimation au pixel i

$$\hat{f}_i = \frac{1}{|\hat{V}_i|} \sum_{j \in V_i} \hat{w}_{ij} Y_j$$

Courbe observée au pixel j

# AWS...

Estimation au pixel  $i$

$$\hat{f}_i = \frac{1}{|\hat{V}_i|} \sum_{j \in V_i} \hat{w}_{ij} Y_j$$

Courbe observée au pixel  $j$

$\hat{w}_{ij}$  estimation de  $w_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si } f(i) = f(j) \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$

# AWS...

Estimation au pixel  $i$

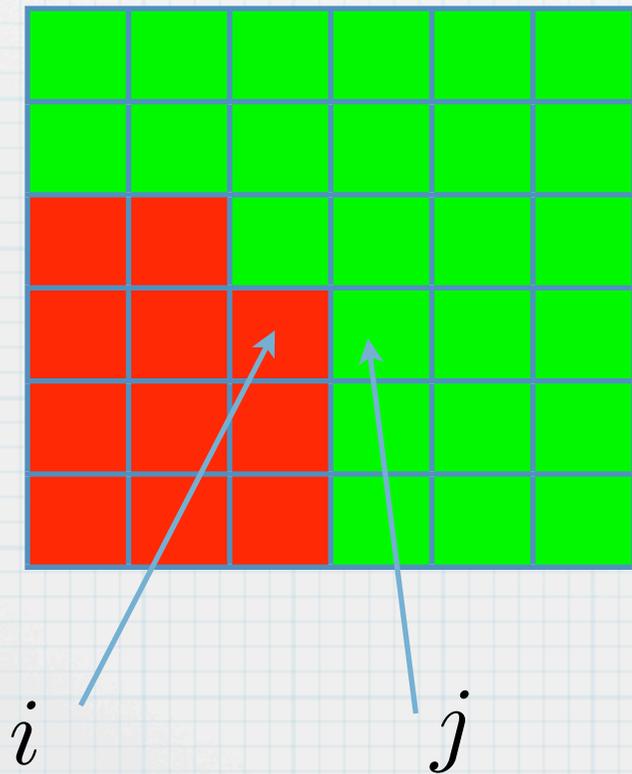
$$\hat{f}_i = \frac{1}{|\hat{V}_i|} \sum_{j \in V_i} \hat{w}_{ij} Y_j$$

Courbe observée au pixel  $j$

$\hat{w}_{ij}$  estimation de  $w_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si } f(i) = f(j) \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$

Problème : ne produit pas une segmentation

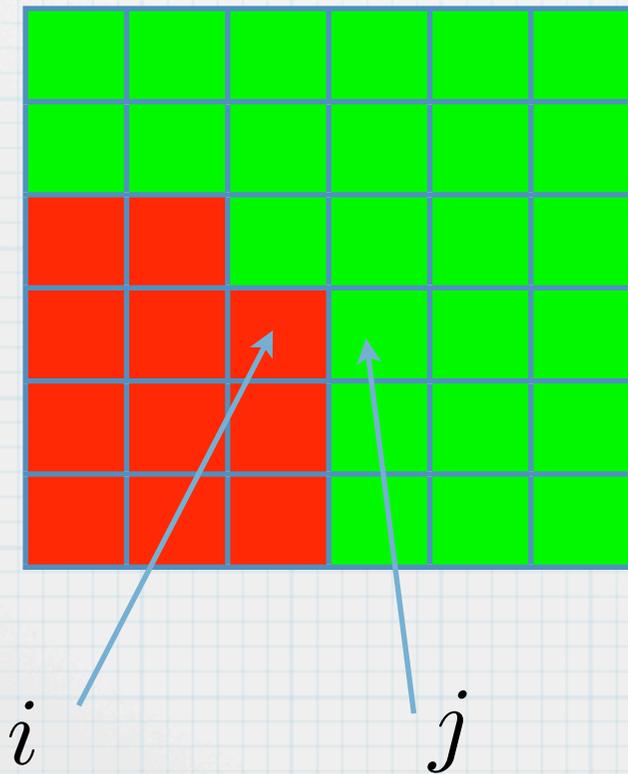
... pour caractériser une frontière.



# ... pour caractériser une frontière.

$i$  et  $j$   
séparés par une frontière si

$$w_{ij} = 1$$



# ... pour caractériser une frontière.

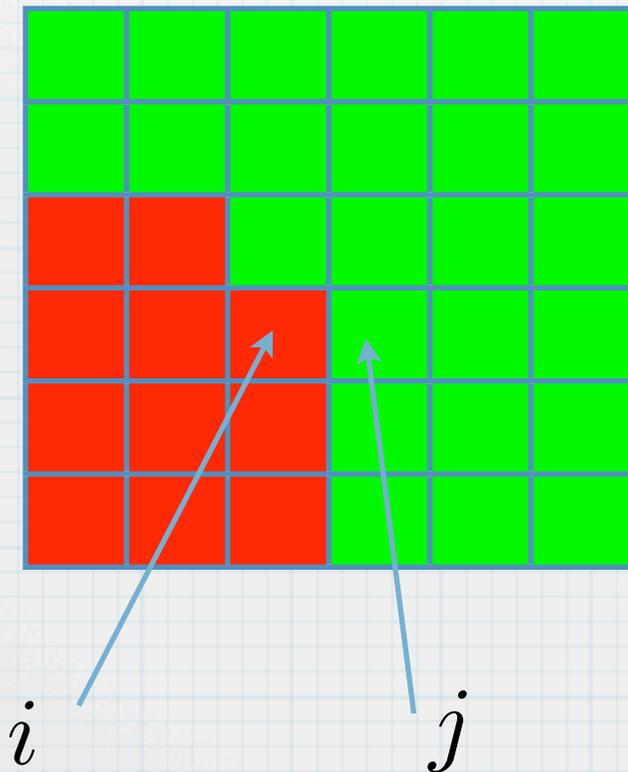
$i$  et  $j$   
séparés par une frontière si

$$w_{ij} = 1$$

critère de décision :  $i$  et  $j$   
séparés par une frontière si

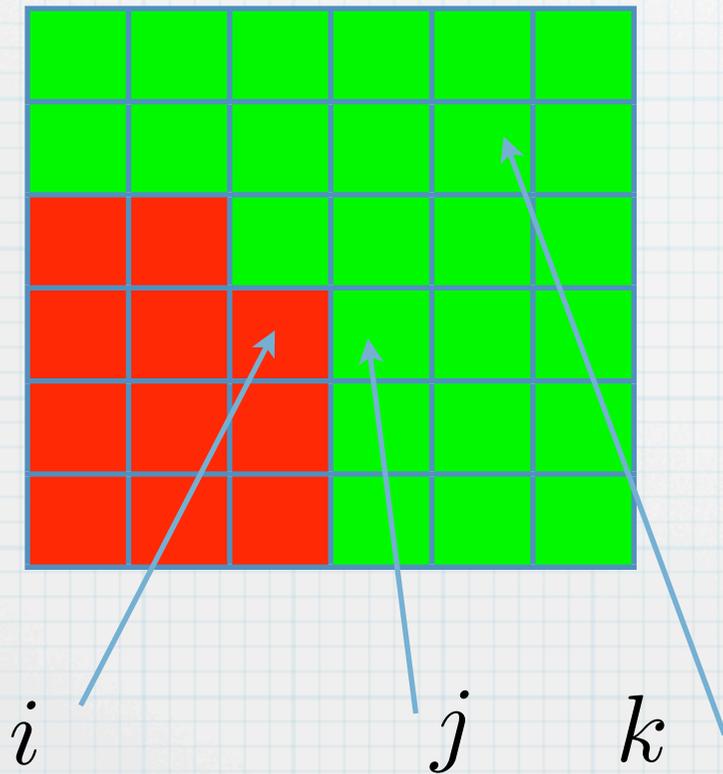
$$\hat{w}_{ij} = 1$$

trop variable...



# ... pour caractériser une frontière.

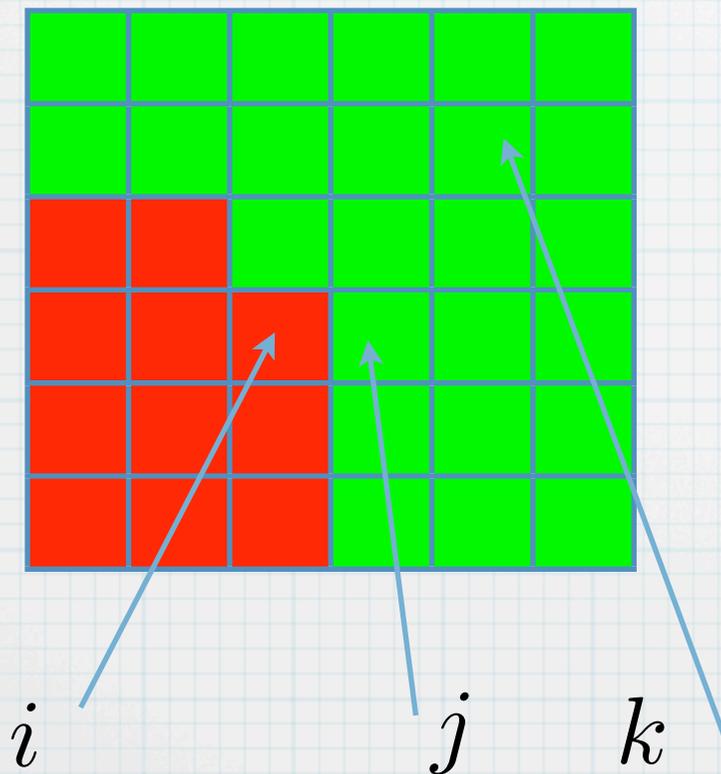
systeme de vote :



$$\forall k \quad w_{ik} = w_{jk}$$

# ... pour caractériser une frontière.

système de vote :



$$\forall k \quad w_{ik} = w_{jk}$$

critère de décision :

$$\sum_k 1_{\hat{w}_{ik} = \hat{w}_{jk}} > \lambda$$

# Application

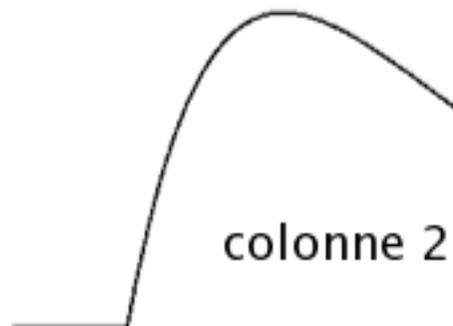
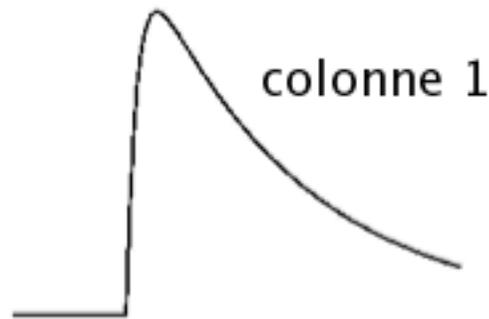
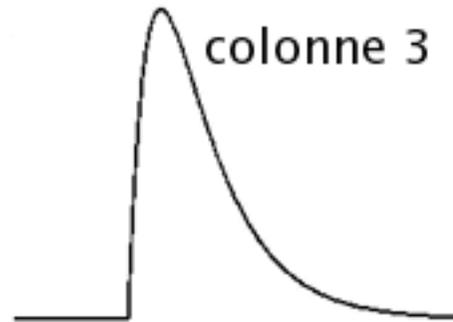
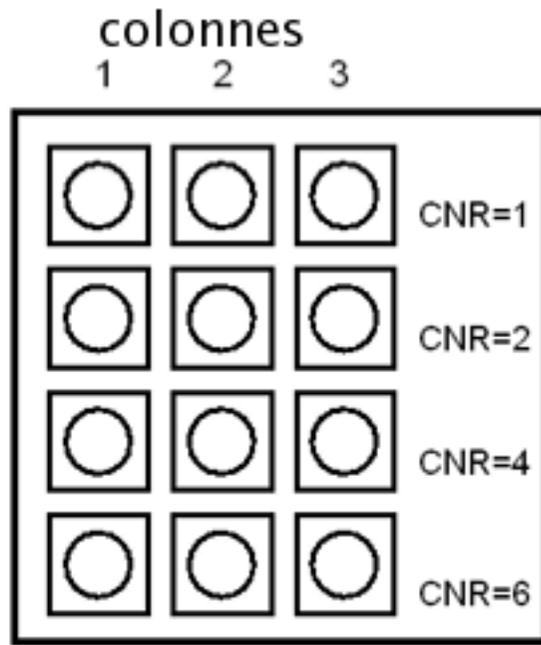


Image simulée

Il y a un grand nombre de personnes qui ont été touchées par la pandémie de COVID-19. Les symptômes varient de légers à graves, et certains peuvent même mourir. Les personnes âgées et celles ayant des problèmes de santé préexistants sont plus à risque de complications graves. Les mesures de prévention, telles que le port du masque et le lavage des mains, sont essentielles pour réduire la transmission du virus. Les autorités de santé publique recommandent également l'évitement des rassemblements massifs et l'isolement des personnes malades. La recherche continue de découvrir de nouvelles méthodes pour combattre efficacement ce virus.

ligne 2  
Colonne 3

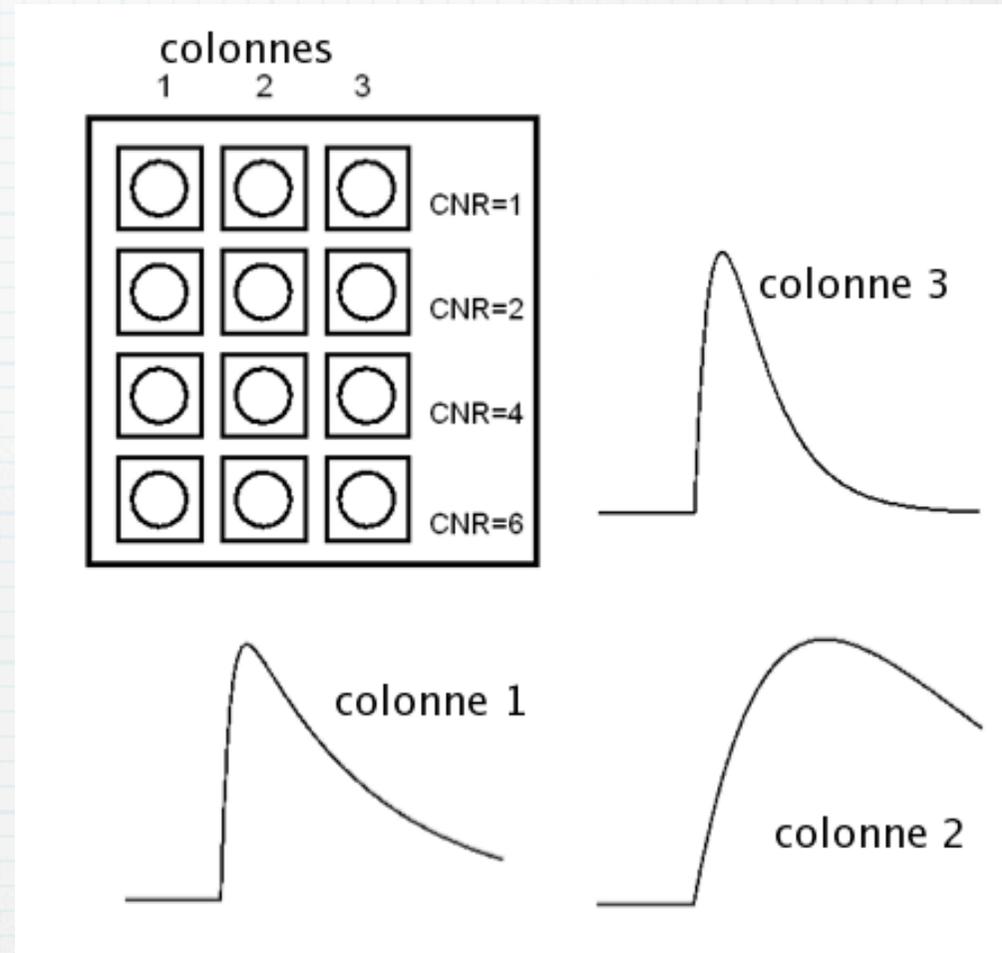
CNR=2

Il y a un grand nombre de personnes qui ont été touchées par la pandémie de COVID-19. Elles ont subi de nombreuses pertes et souffrances. C'est pourquoi il est important de leur offrir un soutien et une aide. Les autorités doivent prendre des mesures pour protéger la santé publique et réduire les conséquences négatives de la pandémie. Les personnes touchées ont besoin de soins médicaux, de soutien psychologique et de ressources financières. Les gouvernements doivent investir dans la recherche et le développement de traitements et de vaccins. Ils doivent également mettre en place des programmes de soutien social et économique pour aider les personnes touchées à surmonter leurs difficultés. Les entreprises et les organisations doivent également jouer un rôle important en offrant un soutien et une aide aux personnes touchées. Ensemble, nous pouvons surmonter cette pandémie et reconstruire une société plus résiliente et plus équitable.

ligne 1  
colonne 3

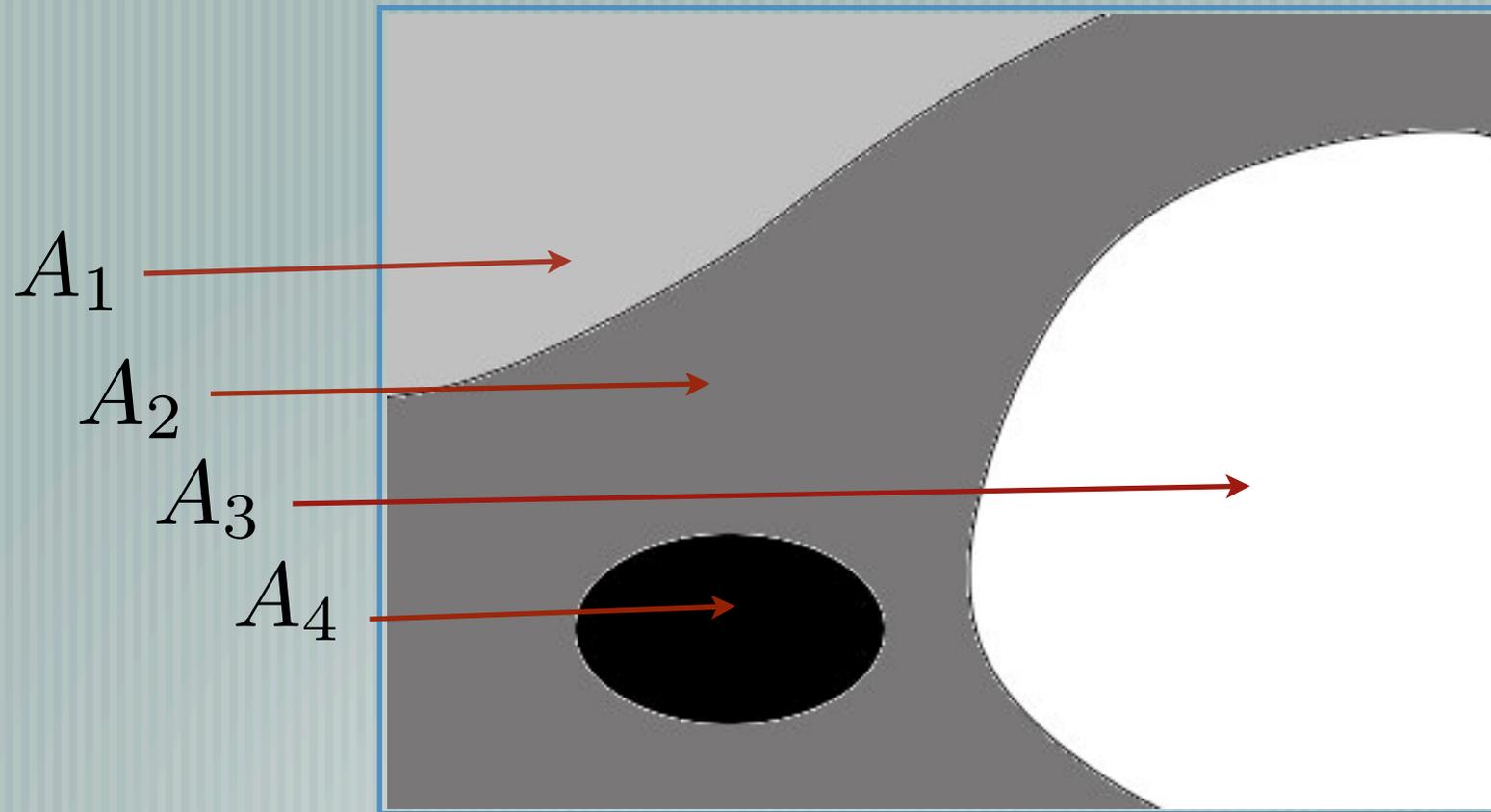
CNR=1

# Segmentation obtenue

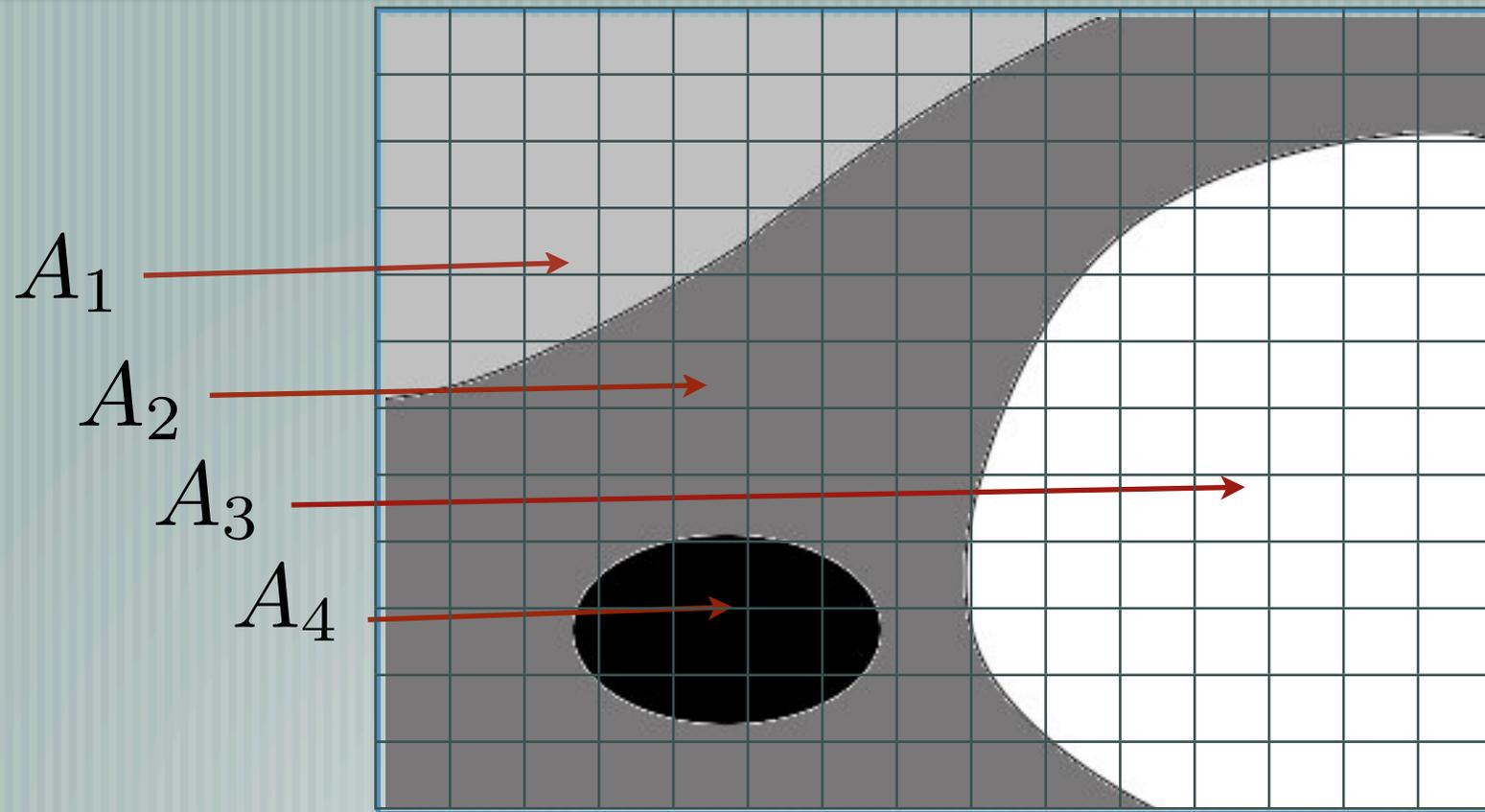


# Méthode multi-échelle : les mixlets

# Modèle de Mélange

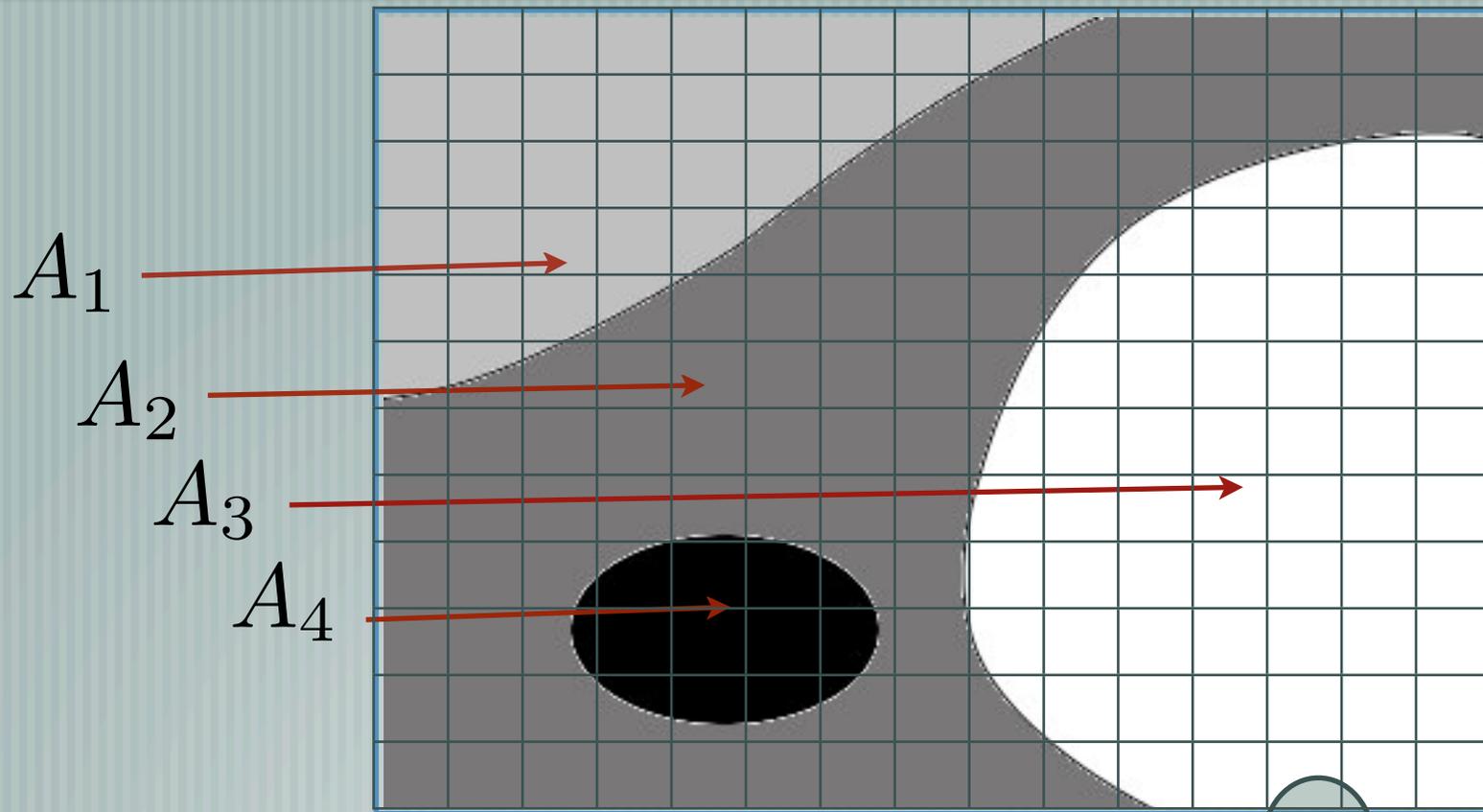


# Modèle de Mélange



Sur un pixel  $j$  de  $A_i$ , on observe  $Y_j \rightsquigarrow \sum_{k=1}^K \pi_k [A_i] P_k$

# Modèle de Mélange



Sur un pixel  $j$  de  $A_i$ , on observe

$$Y_j \rightsquigarrow \sum_{k=1}^K \pi_k [A_i] P_k$$

connu

inconnu

$$Y_i \rightsquigarrow \sum_{k=1}^K \pi_k[A_i] P_k$$

Dans la pratique,  $P_k$  inconnues.  
Echantillon d'apprentissage pour les obtenir

$$Y_i \rightsquigarrow \sum_{k=1}^K \pi_k [A_i] P_k$$

Dans la pratique,  $P_k$  inconnues.

Echantillon d'apprentissage pour les obtenir

Si grande dimension alors nécessité de simplification de l'estimation

$$Y_i \rightsquigarrow \sum_{k=1}^K \pi_k [A_i] P_k$$

Dans la pratique,  $P_k$  inconnues.

Echantillon d'apprentissage pour les obtenir

Si grande dimension alors nécessité de simplification de  
l'estimation

Réduction de dimension

$$Y_i \rightsquigarrow \sum_{k=1}^K \pi_k [A_i] P_k$$

Dans la pratique,  $P_k$  inconnues.

Echantillon d'apprentissage pour les obtenir

Si grande dimension alors nécessité de simplification de l'estimation

Réduction de dimension

Choix d'un espace dans lequel les covariances des différents groupes sont égales (linéarisation)

$$Y_i \rightsquigarrow \sum_{k=1}^K \pi_k [A_i] P_k$$

Dans la pratique,  $P_k$  inconnues.

Echantillon d'apprentissage pour les obtenir

Si grande dimension alors nécessité de simplification de l'estimation

Réduction de dimension

Choix d'un espace dans lequel les covariances des différents groupes sont égales (linéarisation)

Modélisation paramétrique (par exemple gaussienne)

Recherche  
de

$$\pi[A_i] :$$

Recherche  
de

$\pi[A_i]$

# : Méthode multi-échelle

Recherche  
de

$\pi[A_i]$

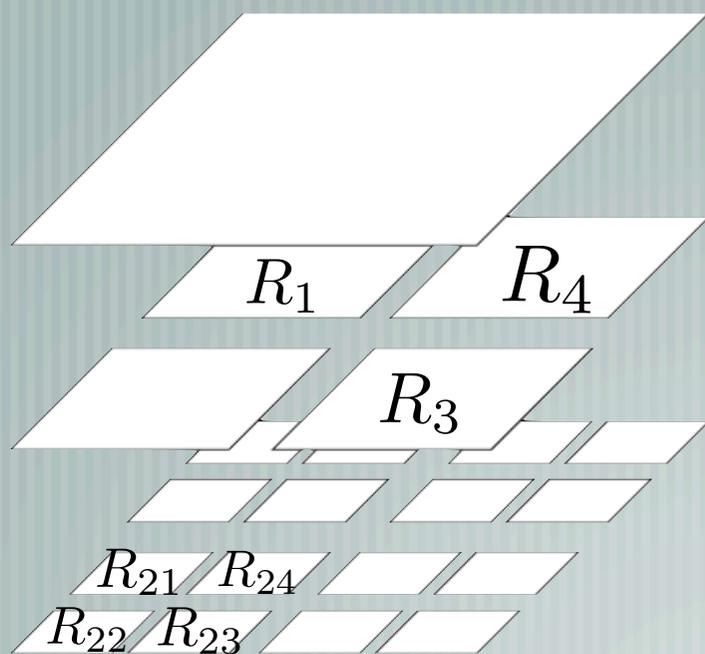
# : Méthode multi-échelle



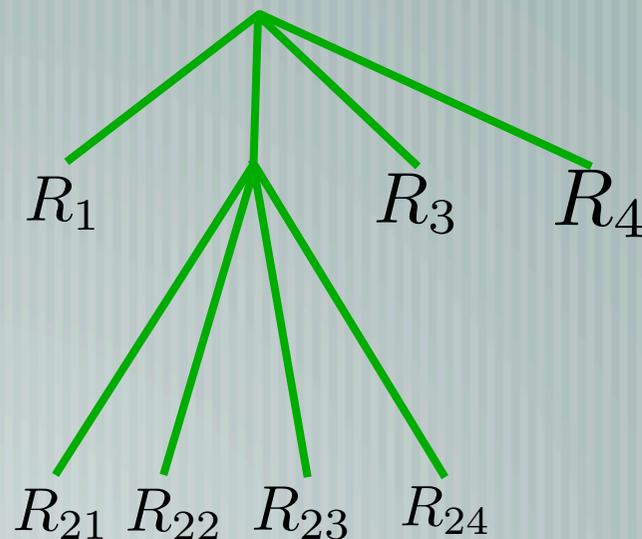
idée : restreindre l'ensemble des découpages de l'image envisagés de manière intelligente

# Recherche de $\pi[A_i]$ : Méthode multi-échelle

idée : restreindre l'ensemble des découpages de l'image envisagés de manière intelligente



(a)



Partitions construites à partir d'un Quad-Tree  $\mathcal{P}$

Recherche  
de

$\pi[A_i]$

# : Méthode multi-échelle

$$(\hat{\pi}[P], \hat{P}) = \text{Argmax} \{ \mathcal{L}(Y, \pi[P], P) - \text{pen}(P) \}$$

Recherche  
de

$\pi[A_i]$

# Méthode multi-échelle

$$(\hat{\pi}[P], \hat{P}) = \text{Argmax} \{ \mathcal{L}(Y, \pi[P], P) - \text{pen}(P) \}$$

Observations  
sur l'image  $(Y_i)_i$



Recherche  
de

$\pi[A_i]$

# Méthode multi-échelle

$$(\hat{\pi}[P], \hat{P}) = \text{Argmax} \{ \mathcal{L}(Y, \pi[P], P) - \text{pen}(P) \}$$

Observations  
sur l'image  $(Y_i)_i$

Partition  
de l'image  $P = (P_j)_j$

Recherche  
de

$\pi[A_i]$

# Méthode multi-échelle

$$(\hat{\pi}[P], \hat{P}) = \text{Argmax} \{ \mathcal{L}(Y, \pi[P], P) - \text{pen}(P) \}$$

Observations  
sur l'image  $(Y_i)_i$

Poids du mélange donnant les densités

$$\pi[P] = (\pi_k[P_j])_{jk}$$

Partition  
de l'image  $P = (P_j)_j$

Recherche  
de

$\pi[A_i]$

# Méthode multi-échelle

$$(\hat{\pi}[P], \hat{P}) = \text{Argmax} \{ \mathcal{L}(Y, \pi[P], P) - \text{pen}(P) \}$$

Observations  
sur l'image  $(Y_i)_i$

Partition  
de l'image  $P = (P_j)_j$

Poids du mélange donnant les densités

$$\pi[P] = (\pi_k[P_j])_{jk}$$

$$\text{pen}(P) = |P| \left( \frac{3}{2} (K - 1) \log(N) + \frac{4}{3} \log 2 \right)$$

# Algorithme rapide de type CART

$$\text{pen}(P^a \cup P^b) = \text{pen}(P^a) + \text{pen}(P^b)$$

Calculs récursif ...

# Algorithme rapide de type CART

$$\text{pen}(P^a \cup P^b) = \text{pen}(P^a) + \text{pen}(P^b)$$

$$\mathcal{L}((Y_i)_{i \in P^a \cup P^b}, \pi[P^a \cup P^b], P^a \cup P^b) =$$

$$\mathcal{L}((Y_i)_{i \in P^a}, \pi[P^a], P^a) + \mathcal{L}((Y_i)_{i \in P^b}, \pi[P^b], P^b)$$

Calculs récursif ...

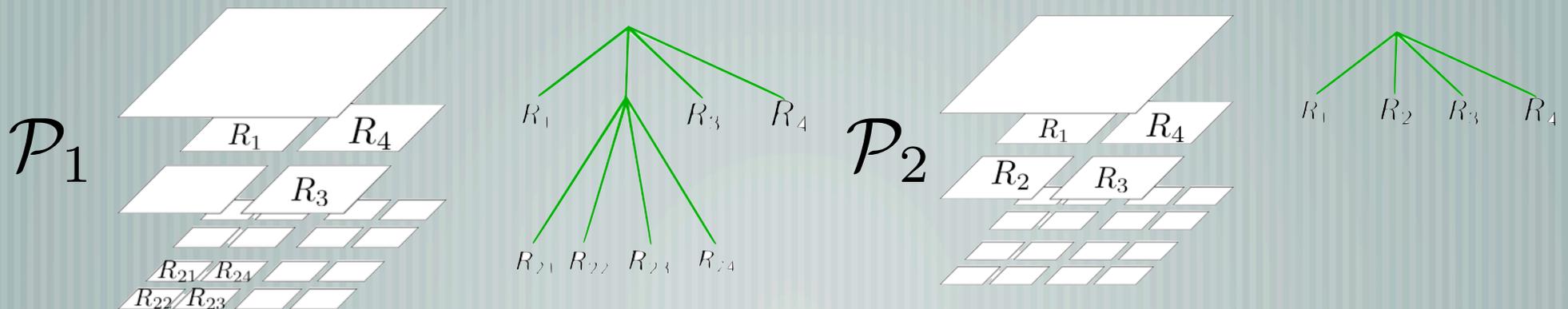
# Algorithme rapide de type CART

$$\text{pen}(P^a \cup P^b) = \text{pen}(P^a) + \text{pen}(P^b)$$

$$\mathcal{L}((Y_i)_{i \in P^a \cup P^b}, \pi[P^a \cup P^b], P^a \cup P^b) =$$

$$\mathcal{L}((Y_i)_{i \in P^a}, \pi[P^a], P^a) + \mathcal{L}((Y_i)_{i \in P^b}, \pi[P^b], P^b)$$

Pour choisir entre deux partitions



Calculs récursif ...

# Règle de segmentation utilisée

Règle optimale

$$h^*(i) = \operatorname{Argmax}_k \pi[x_i] \frac{dP_k}{dP^i}(Y_i)$$

$$P^i = \sum_{k=1}^K \pi_k[x_i] P_k$$

# Règle de segmentation utilisée

Règle optimale

$$h^*(i) = \operatorname{Argmax}_k \pi[x_i] \frac{dP_k}{dP^i}(Y_i)$$

$$P^i = \sum_{k=1}^K \pi_k[x_i] P_k$$

Règle utilisée

$$\hat{h}(i) = \operatorname{Argmax}_k \hat{\pi}_k[x_i] \frac{dP_k}{d\hat{P}^i}(Y_i)$$

$$\hat{P}^i = \sum_{k=1}^K \hat{\pi}_k[x_i] P_k$$

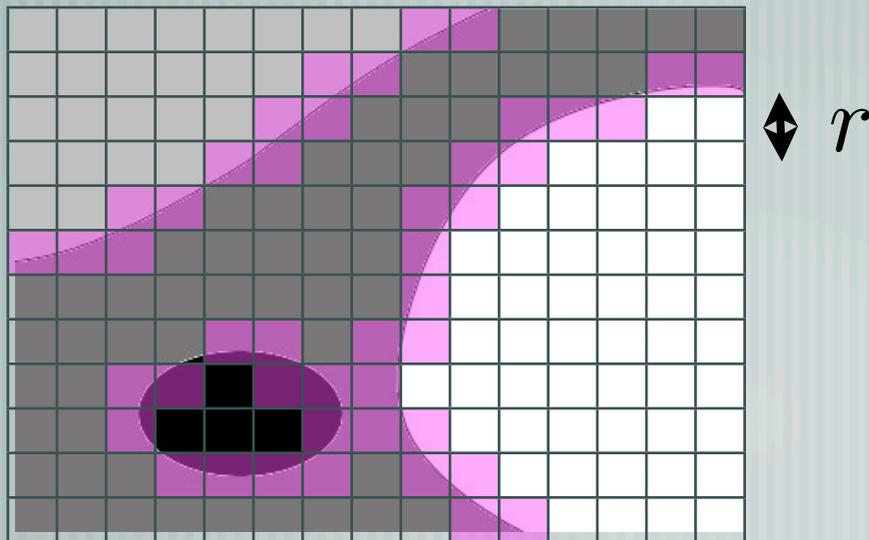
# Résultat théorique obtenu

Hypothèse A1. Il existe une constante positive  $B$  telle que

$$\sup_{x \in \mathcal{X}, k_1, k_2 \in \{1, \dots, K\}^2} \frac{dP_{k_1}(x)}{dP_{k_2}} \leq B.$$

Hypothèse A0 Il existe  $M > 0, \beta > 0$  et  $\tilde{\pi} = [0, 1]^2 \rightarrow \mathbb{R}$  tels que  $\tilde{\pi}[x_i] = \pi$  ( $x_i$  centre du pixel  $i$ ),

$$\|\pi\|_\infty \leq M \quad \text{et} \quad N(\tilde{\pi}, r) \leq \beta r^{-1}.$$



$$N(\tilde{\pi}, r) = |\{\text{carres roses}\}|$$

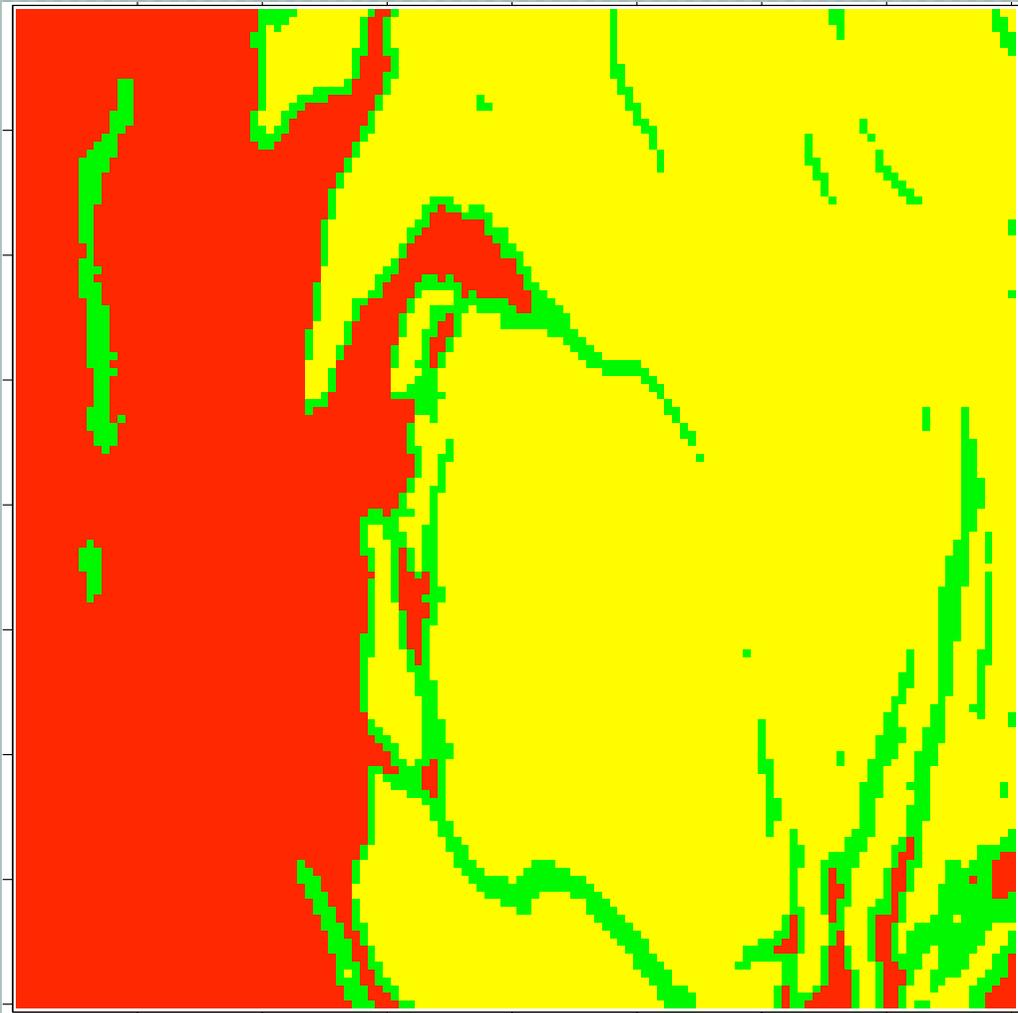
# Résultat théorique obtenu

Sous les hypothèses précédentes

$$E[\mathcal{R}(\hat{h})] - E[\mathcal{R}(h^*)] \leq c_0 \left( \frac{\log(N)}{N} \right)^{1/d}$$

$\mathcal{R}(h)$  = proportion de pixels mals classés par  $h$

# Résultats pratiques : images de Mars

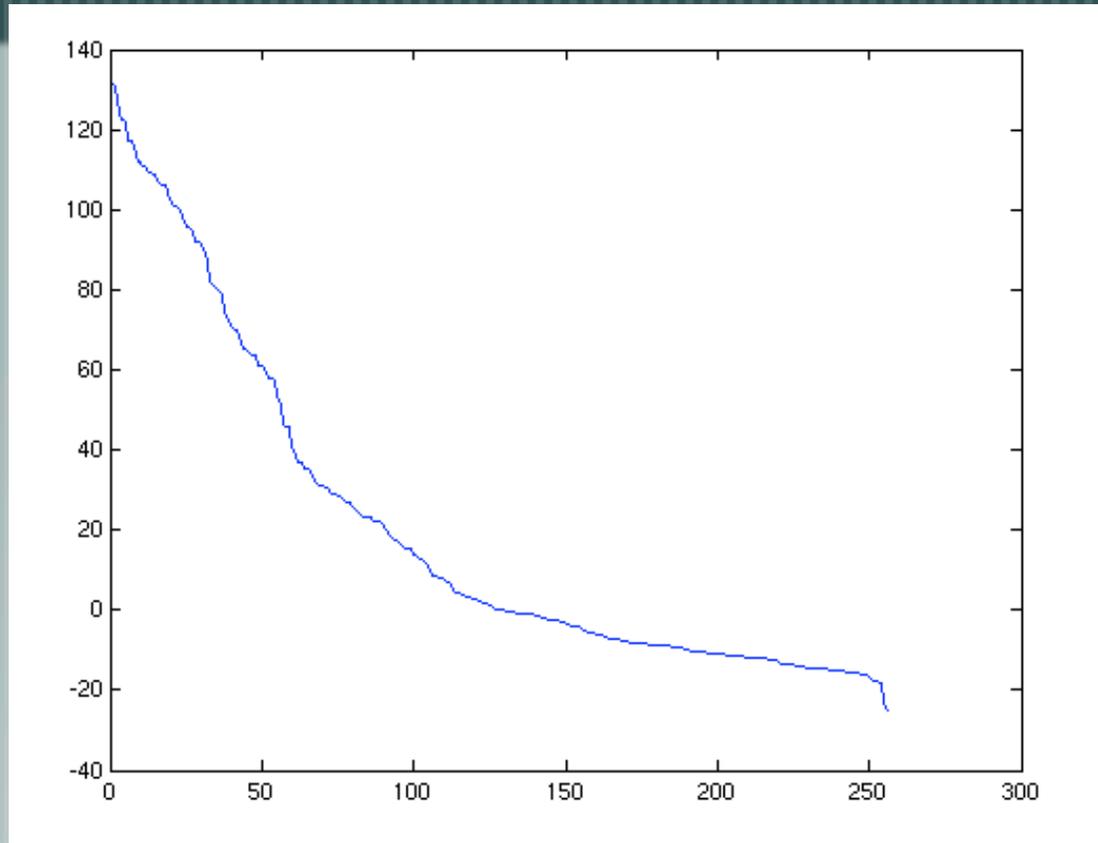


 poussière

 glace  
d'eau

 glace de  
CO<sub>2</sub>

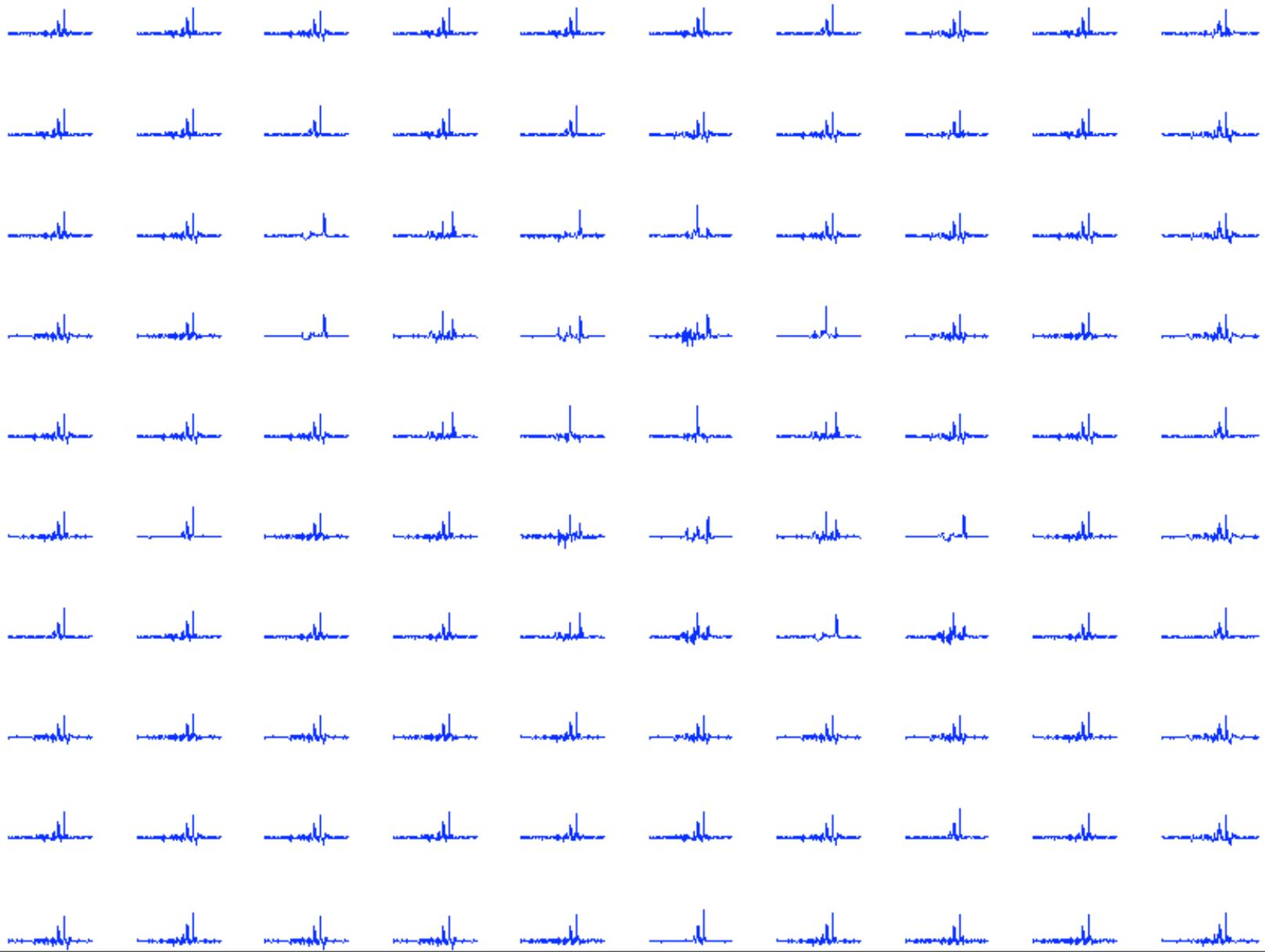
# Résultats pratiques : images de Mars



version ordonnée de la variable centrée réduite obtenue avec :

$$\mathcal{I}_{RD}[q] = \sum_{i < j} \sum_{m=1}^{n_j} \sum_{l=1}^{n_i} \left( \frac{1}{S_i[q]} + \frac{1}{S_j[q]} \right) \frac{1}{n_i n_j} (X_m^i[q] - X_l^j[q])^2$$

# Résultats pratiques : images médicale



# Résultats pratiques : images médicale

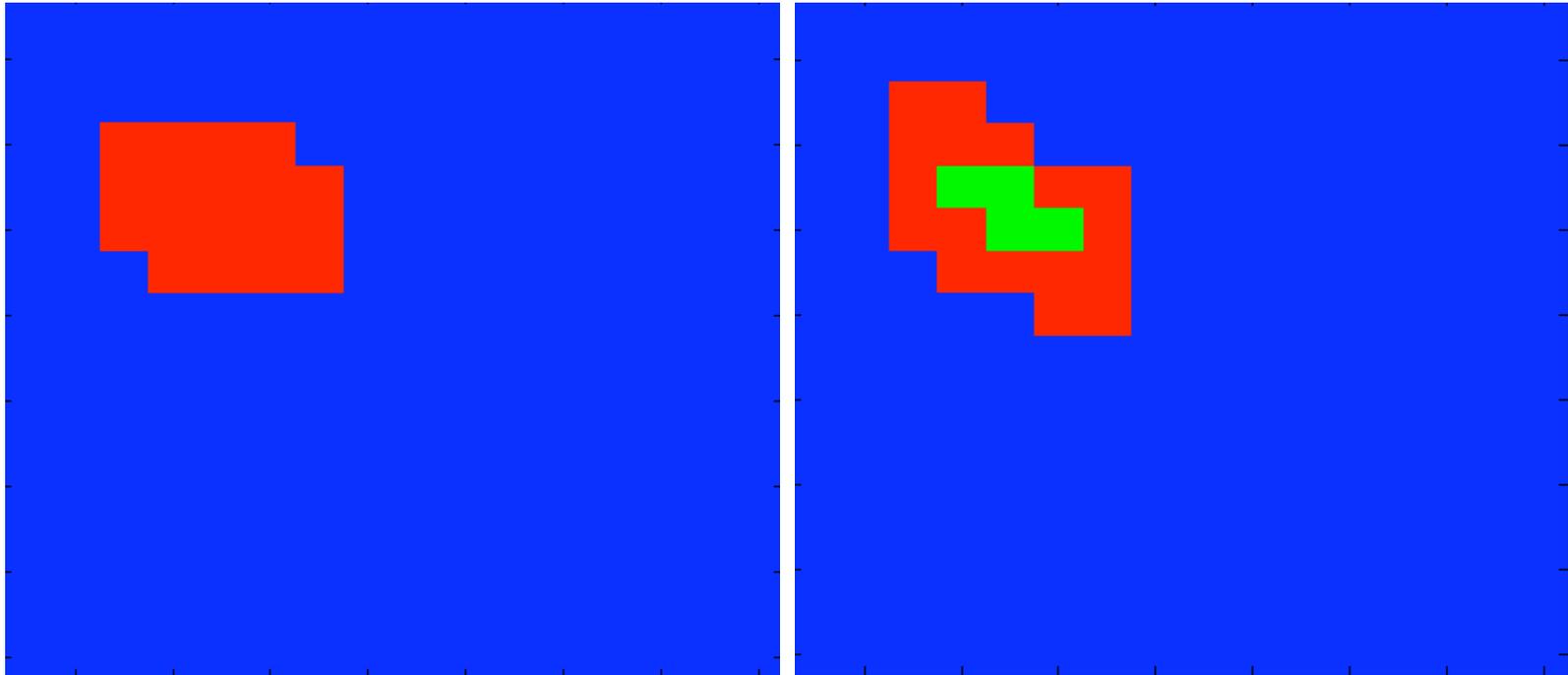


FIG. 2.2 – Segmentation obtenue -à gauche-, et segmentation que l'on devrait obtenir (selon les médecins/physiciens)- à droite-. Les pixels colorés en bleu correspondent à des tissus sains, le vert est du glioblastome de type B et le rouge du glioblastome de type A.

# Conclusion et perspectives

Classification de courbes et réduction de dimension :

# Conclusion et perspectives

Classification de courbes et réduction de dimension :

.Utilisation des maxima-lines d'ondelettes ou plus généralement de noyaux temps fréquences. (travaux de Guigues et Al. )

# Conclusion et perspectives

Classification de courbes et réduction de dimension :

- .Utilisation des maxima-lines d'ondelettes ou plus généralement de noyaux temps fréquences. (travaux de Guigues et Al. )

- .Utiliser des règles plus complexes (polynomiales).

# Conclusion et perspectives

Classification de courbes et réduction de dimension :

- .Utilisation des maxima-lines d'ondelettes ou plus généralement de noyaux temps fréquences. (travaux de Guigues et Al. )

- .Utiliser des règles plus complexes (polynomiales).

- .Perspectives théoriques ...

# Conclusion et perspectives

# Conclusion et perspectives

Des perspectives pour le premier algo de segmentation :

# Conclusion et perspectives

Des perspectives pour le premier algo de segmentation :

Amélioration de l'algorithme de recherche de frontière avec un algorithme du type "minimum ratio weight cycle".

# Conclusion et perspectives

Des perspectives pour le premier algo de segmentation :

Amélioration de l'algorithme de recherche de frontières avec un algorithme du type "minimum ratio weight cycle".

Identification de la structure de covariance spatiale et temporelle

# Conclusion et perspectives : deuxième algo

- Algorithme rapide et ajustable (par la pénalité)
- Possibilité d'intégrer des classes structurées en arbres.
- Intégration d'une classe "poubelle"
- Bruit poisonnien.

Ein

Merci de v<sup>o</sup>tre attent<sup>o</sup>n